



Marcus Berg, 2008-10-28

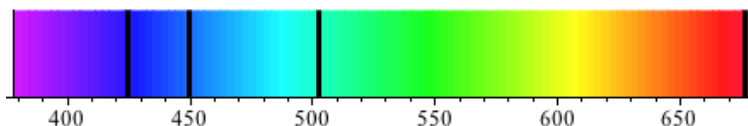
Kommentar: De två inlämningsuppgifterna ger 7 bonuspoäng var på tentan (som har 100 poäng totalt), med undantaget att man inte kan höja sig från underkänt till godkänt med de här poängen (godkänt = G i gamla systemet = E i sjugradiga skalan). Med andra ord, får man underkänt på tentan så räknas inte de här poängen.

Du får diskutera koncepten i uppgiften med andra studenter, men du får inte skriva detaljerade lösningar tillsammans med någon annan. Det är alltså inte något grupparbete. Lösningarna skall vara motiverade och tydligt visa hur du kom fram till svaret.

Sista inlämningsdatum till Marcus eller i Marcus fack: torsdag 13/11, kl. 18.15

Kvantfysikens principer, FK2003, Inlämningsuppg. 1: Absorptionsspektra och universums expansion

Du gör spektroskopi på ljuset från en galax (dvs. låter det passera genom ett prisma) och får följande spektrum, där våglängden är given i nanometer:



a) Antag att vi vet att det finns moln av vätgas runt galaxen. Förklara varför vissa linjer är mörka. Använd den gravitationella analogin med en komet som träffar jorden (se föreläsningen torsdag 30/10). (2p)

b) Elektronen i väteatomen beskrivs (som vi kommer att prata mer om senare på kursen) av en *vågfunktion*, en komplex funktion ψ som i allmänhet beror på rumskoordinaterna x, y och z .¹ Om man antar att konfigurationen är sfäriskt symmetrisk beror ψ bara på avståndet r från atomkärnan, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, och då ser Schrödingerekvationen i tre dimensioner ut som följer:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2}(r\psi(r)) = (E - V(r)) \psi(r)$$

där m är elektronmassan, $\hbar = h/2\pi$ är Plancks konstant, den elektriska potentialen är

$$V(r) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

där e är elektronladdningen och ϵ_0 är vakuumpermittiviteten, och elektronens energi E är konstant för en given lösning $\psi(r)$. De möjliga lösningarna, som ni *inte* behöver kunna

¹I den här kursen kommer vi för det mesta att studera förenklade problem då elektronen rör sig i *en* dimension, dvs. ψ beror bara på en variabel x , men den här inlämningsuppgiften handlar om den *riktiga* väteatomen där elektronen rör sig i tre dimensioner, så ψ kan bero på x, y och z .

hitta själva (kap. 19 i Feynman), är en serie vågfunktioner $\psi_n(r)$ som numreras av ett heltal n (jfr. graferna i kompendiet s. 105), vars energier ges av

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} \quad \text{för } n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

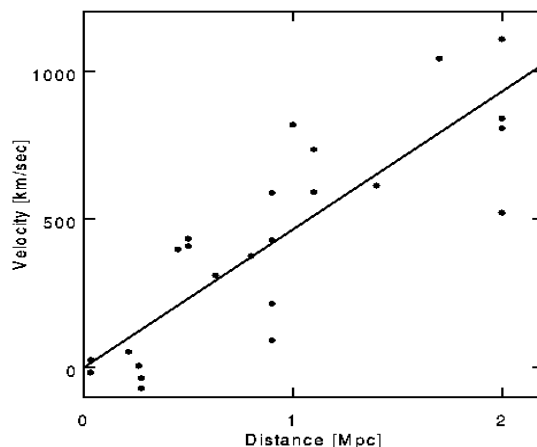
Betrakta ett laboratorieexperiment med ljus som skiner genom vätgas. Den synliga delen av absorptionsspektrat ges av att elektroner hoppar upp från näst lägsta nivå ($n = 2$) till de högre nivåerna. Räkna ut vad de fyra första möjliga våglängderna är för de fotonerna, uttryckt i nanometer. Vi kallar dem standard-laborativåglängderna $\lambda_{\text{standard}}$. (2p)

c) Nu går vi tillbaka till det observerade galaxspektrat på förra sidan² och noterar att de mörka linjerna (kalla dem $\lambda_{\text{observerad}}$) är förskjutna relativt linjerna $\lambda_{\text{standard}}$ vi räknade ut i uppgift b. Det förklaras av Doppler-effekten [1] — ju mer mot rött spektrat är förskjutet desto snabbare är galaxen på väg bort från oss. Det så kallade rödsiftet z får man från våglängderna via

$$z = \frac{\lambda_{\text{observerad}}}{\lambda_{\text{standard}}} - 1$$

och för små rödsift ($z \ll 1$) gäller ungefärligen att hastigheten är $v = cz$. Hur snabbt rör sig galaxen bort från oss? Uttryck svaret i antal procent av ljusets hastighet c . (3p)

Gör man många sådana här galaxhastighetsmätningar och jämför dem med avståndsmätningar (som astronomer gör) ser man snart att kända galaxers hastighet-mot-avståndsgraf bildar en rät linje, *Hubbles lag*, som i Edwin Hubbles diagram från 1929:



Om alla galaxer är på väg bort från oss, är vi antingen i universums centrum, eller universum självt expanderar (jämför med att blåsa upp en ballong med prickar på; för varje prick ser det ut som om alla andra prickar är på väg bort). Idag har man mycket bättre data än i det här 1929-diagrammet, speciellt från observation av supernovor.

[1] <http://www.astro.ucla.edu/~wright/doppler.htm>,
http://www.astro.ucla.edu/~wright/cosmo_01.htm

²Jag har bara tagit med vätsens spektrallinjer. I riktiga moln från riktiga galaxer, som man t.ex studerar i astronomikurserna *Kosmologi*, AS 7009, och *Introduktion till galaxer och kosmologi*, AS 3001, finns också andra grundämnen. Bohratommodellen fungerar egentligen bara rätt bra för väte. För kalcium och andra grundämnen finns en diskussion på s.19-6 till 19-18 i Feynman som inte ingår i den här kursen.