

Problem 5–P6, 5–P7 i kompendiet utfört i Maple

(Marcus Berg, 20080526)

Försök undvika att stoppa in värden till sista stund, så definiera en regel:

```
> rule_values:= a=1/4, b=1/(2*sqrt(2)), c=1/2;
```

$$rule_values:= a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{4} \sqrt{2}, c = \frac{1}{2} \quad (1)$$

```
> with(LinearAlgebra): dim:=3;
```

$$dim:=3 \quad (2)$$

Då ser matrisen A ut så här (s.89 i kompendiet, med ordningen "+, 0, -" = "1,2,3")

```
> A:=Matrix([[a,b,a],[b,c,b],[a,b,a]]);
```

$$A:= \begin{bmatrix} a & b & a \\ b & c & b \\ a & b & a \end{bmatrix} \quad (3)$$

och matrisen B så här (Maple betecknar sqrt(-1) med "I")

```
> B:=Matrix([[0,0,0],[0,0,I],[0,-I,0]]);
```

$$B:= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & -I & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Huvudarbetet är att argumentera vilken bråkdel partiklar man får ut för apparater M och N, (se räkneövning tisdag 20/5), då får man vilken bråkdel man förlorat som 1 minus det:

```
> lost:=1-1/3*sum(sum(abs(sum(N[i,k]*M[k,j],k=1..d))^2,j=1..d),i=1..d);
```

$$lost:= 1 - \frac{1}{3} \left(\sum_{i=1}^d \left(\sum_{j=1}^d \left| \sum_{k=1}^d N_{i,k} M_{k,j} \right|^2 \right) \right) \quad (5)$$

där d=3. Det viktigaste är att summan över k är innanför absolutbeloppet, eftersom vi inte mäter resultatet "mellan" apparaterna M och N, så de amplituderna interfererar. För att göra det mer systematiskt observerar vi att summan över k är matrismultiplikation. Definiera en procedur (subrutin) "lost" som gör det resterande adderingsjobbet:

```
> lost:=proc(M) 1-1/3*add(add(abs(M[i,j])^2,j=1..dim),i=1..dim); end proc;
```

5–P6 e) Apparaten A

Antal förlorade partiklar:

```
> lost(A);
```

$$1 - \frac{4}{3} |a|^2 - \frac{4}{3} |b|^2 - \frac{1}{3} |c|^2 \quad (6)$$

```
> simplify(subs(rule_values,%));
```

$$(7)$$

$$\frac{2}{3} \quad (7)$$

OK med kompendiet s. 107.

5-P7 a) Apparaten B:

> lost(B);

$$\frac{1}{3} \quad (8)$$

OK med kompendiet s. 108.

5-P7 b). Apparaten AB:

I Maple heter matrismultiplikation "punkt", dvs. AB = A.B

> lost(A.B);

$$1 - \frac{2}{3} |a|^2 - |b|^2 - \frac{1}{3} |c|^2 \quad (9)$$

> simplify(subs(rule_values,%));

$$\frac{3}{4} \quad (10)$$

Det står fel i kompendiets facit, s. 108 (11/16)

5-P7 c). Apparaten BA:

> lost(B.A);

$$1 - \frac{2}{3} |a|^2 - |b|^2 - \frac{1}{3} |c|^2 \quad (11)$$

> simplify(subs(rule_values,%));

$$\frac{3}{4} \quad (12)$$

Samma svar som AB! Behöver inte vara så i allmänhet.

3. För skojs skull, "kommutatorapparaten" C= AB-BA :

> lost(A.B-B.A);

$$1 - \frac{2}{3} |a|^2 - \frac{10}{3} |b|^2 - \frac{2}{3} |-Ic + Ia|^2 \quad (13)$$

> simplify(subs(rule_values,%));

$$\frac{1}{2} \quad (14)$$