



Tentamen, Kvantfysikens principer, FK2003, 7,5hp

Tid: 17.00-22.00, torsdag 18/12 2008

Hjälpmedel: utdelad formelsamling, miniräknare (inte Physics Handbook!)

Var noga med att tydligt redovisa uträkningar och att ge motiveringar till alla svar (om inget annat sägs i uppgiften).

Maxpoäng är 100p. Betyg sätts utifrån kursens betygskriterier. Lycka till!

MB

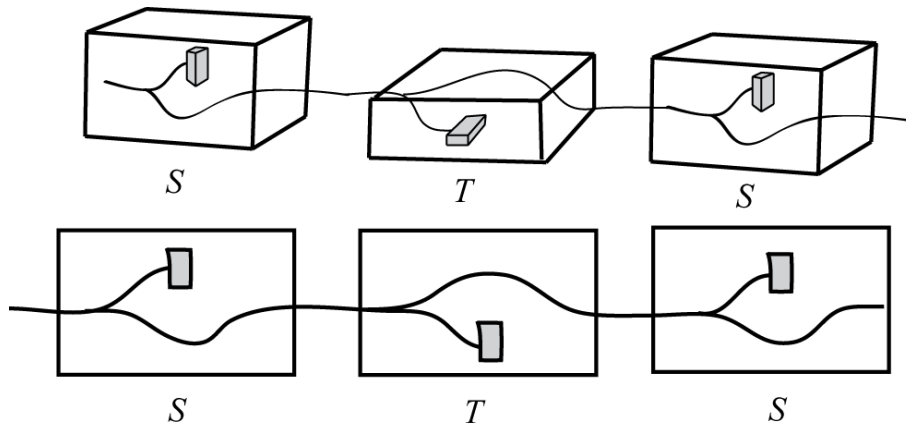
1. Elektroner i ett dubbelspaltsexperiment går igenom dubbelspalten till en detektor vid ett visst läge x på skärmen: genom hål 1 med sannolikhetsamplitud $\phi_1 = 0,1 + 0,5i$ eller hål 2 med sannolikhetsamplitud $\phi_2 = -0,5 + 0,2i$.

a) Bestäm totala sannolikheten att observera en elektron i detektorn vid läget x . (10p)

b) Vi skjuter högenergi-fotoner mot elektronen när den passerar spalten för att genom att studera fotonernas spridning ta reda på vilket hål elektronen har gått igenom. Vad är svaret på fråga a) nu? (5p)

c) Elektronen infaller vinkelrätt mot spalten, om elektronkanonen är på tillräckligt avstånd. Då är dess hastighet i sidled relativt spalterna (x -led) noll, med godtycklig precision ($\Delta p_x \approx 0$). Nu när vi uppmätt den på skärmen vet vi precis var den är ($\Delta x \approx 0$). Betyder inte det att $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx 0$? Hur stämmer det med Heisenbergs obestämthetsrelation? (5p)

2. Betrakta följande Stern-Gerlach-experimentuppställning:

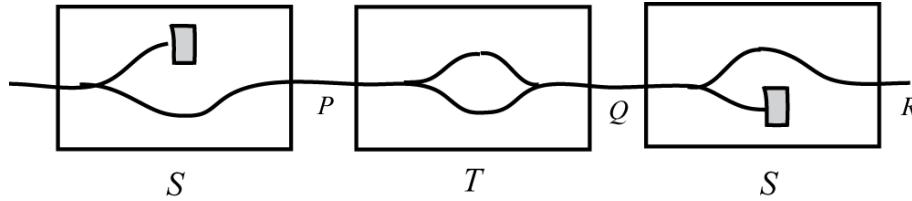


Den övre bilden visar hur det "egentligen" ser ut, den andra bilden är en skiss där det är underförstått att T är roterad 90° runt strålriktningen relativt S . Givet är att bastillstånderna är relaterade enligt

$$|+T\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+S\rangle + |-S\rangle) \quad (1)$$

$$|-T\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+S\rangle - |-S\rangle) \quad (2)$$

- a) vad är sannolikhetsamplituden att mäta tillståndet $|-S\rangle$ efter experimentuppställningen? Skriv både uttrycket för amplituden i Diracformalismen, och talet det ger. (10p)
- b) vad är sannolikheten att mäta $|-S\rangle$ efter experimentuppställningen? (5p)
- c) Om vi har den här uppställningen istället:



och vi har 2000 partiklar vid punkt P , hur många kommer ut i punkt R ? (5p)

d) Det är sant att tillståndet $|+T\rangle$ "till hälften består av" $|+S\rangle$ och till hälften av $|-S\rangle$, i bemärkelsen av ekvation (1) och ekvation (2). Men var är den svaga länken i följande utsaga?

"Vid punkt Q har vi både $|+T\rangle$ och $|-T\rangle$. De består bägge av hälften $|+S\rangle$. Den sista S -apparaten filtrerar inte bort något av $|+S\rangle$. Då får vi i punkt R ut samma som i punkt Q , vilket är två gånger hälften av vad vi hade i punkt P , dvs. $2 \cdot 1000 = 2000$ partiklar." (5p)

3. Tidsoberoende Schrödingerekvationen

$$\phi''(x) = \frac{2m}{\hbar^2}(V(x) - E)\phi(x)$$

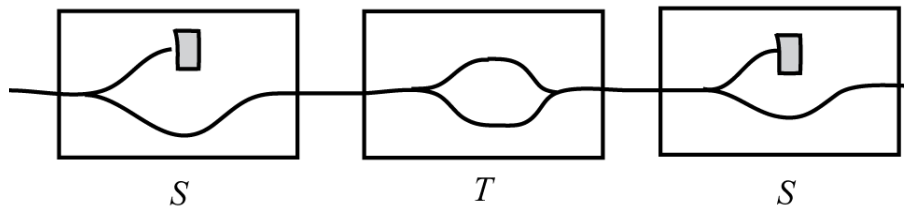
(bara en liten omorganisering av motsvarande ekvation i formelsamlingen) ger en vågfunktion $\psi(x, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}\phi(x)$ givet en potentiell energi $V(x)$.

a) Lös Schrödingerekvationen för en elektron i en oändlig potentialgrop mellan $x = 0$ nm och $x = 1$ nm, dvs. $V(x) = 0$ för $0 < x < 1$ nm, och $V(x) = \infty$ för $x < 0$ nm och $x > 1$ nm. Du behöver inte normera vågfunktionen. Vad kan energin E anta för värden? (Ledning: där $V(x) = 0$ är $E = \frac{p^2}{2m}$.) Notera att tillstånden kan ha obegränsat hög energi E , hur tolkar du det? (10p)

b) Beskriv i stora drag hur resultatet ändras om potentialgropen är ändlig, dvs. "väggarna" $x < 0$ och $x > 1$ har ändlig höjd V_0 . Kan vi ha hur hög energi E som helst? (5p)

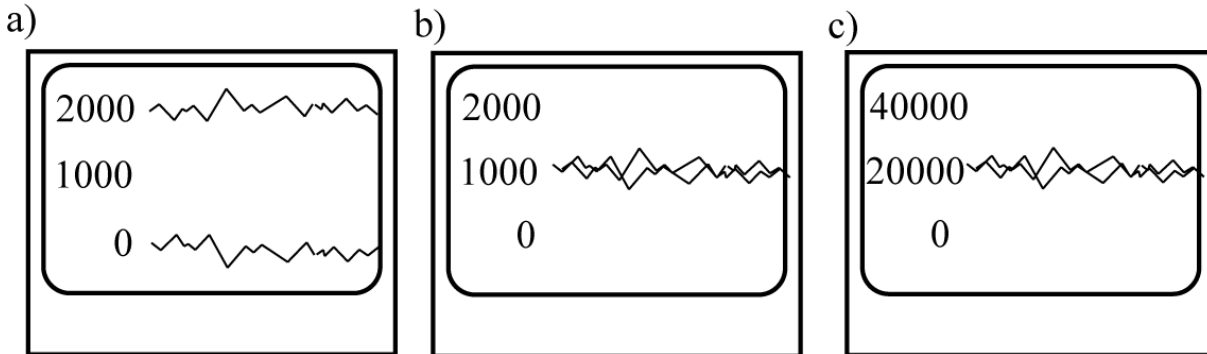
c) Lägg till extra energi E_{extra} , dvs. ersätt överallt $V(x) \rightarrow V(x) + E_{\text{extra}}$ och $E \rightarrow E + E_{\text{extra}}$. Ändras Schrödingerekvationen? Ändras vågfunktionen? Vad skulle det betyda fysikaliskt i en väteknande atom? (5p)

4. Vi betraktar Stern-Gerlach-experimentet med polariserade fotoner. Låt oss skriva om de egentliga kvantoptik-uppställningarna som Stern-Gerlach-experiment för allmänna tvåtillståndssystem (horisontalpolariserad foton = $|+S\rangle$, osv.) så allt ser ut som i uppgift 2. Vi kopplar en detektor D_1 till kanalen som visas i uppgift 2c, och en detektor D_2 till den här kanalen:



(Notera: du behöver inte göra uppgift 2 för att få poäng på den här uppgiften.).

a) Vilket av följande detektoravläsningar skulle du förvänta dig om 2000 fotoner kommer in i punkt P ? (5p)



b) Beskriv vad de två andra skulle motsvara för uppställningar, om du bara får ändra apparaterna och “filtren” (de grå stopp-blocken) och *inte* antalet fotoner som skjuts in från lasern. (Ledning: om du har svårt att förstå ett av de tre alternativen, tänk på vad som *kan hända* i ett kvantoptikexperiment när man utför experimentet praktiskt.) (5p)

5. Ett tvåttillståndssystem (som ammoniakmolekylen) som börjar i tillstånd $|1\rangle$ vid $t = 0$ har sannolikheten

$$P(t) = \cos^2\left(\frac{At}{\hbar}\right)$$

att hittas i tillstånd $|1\rangle$ efter tiden t . För att göra en väldigt grov modell av sveptunnelmikroskop som ett tvåttillståndssystem kan man göra som följer. Tolka tillstånd $|1\rangle$ som “elektron i spetsen” och tillstånd $|2\rangle$ som “elektron i objektet” (det man vill förstora). Sätt $A = 10^{-4}$ eV. Räkna hur många elektroner som kommer in i objektet per sekund och utifrån det tunnlingsströmmen (växelström!) i ampère, dvs. coulomb per sekund. (15p)

(I senare kurser får du lära dig hur man *egentligen* räknar ut tunnlingsströmmen som en funktion av avståndet och potentialskillnaden, inte bara en grov modell.)

6. Halva Nobelpriset i fysik 2008 gavs för upptäckten av en viss bruten symmetri i partikelfysik, som uppstår genom s.k. “kvarkmixning”. Kvarkar är de elementarpartiklar som bygger upp protoner och neutroner. En grov bild av kvarkmixning kan ses som följer: tag en “nedkvark” (eng. *down quark*) och en “särkvark” (eng. *strange quark*). Kvanttillstånden kallas $|d\rangle$ och $|s\rangle$, jfr. tillstånden $|1\rangle$ och $|2\rangle$ i ammoniakmolekylen. Tillstånden med bestämda energier visar sig inte vara exakt själva kvarktillstånden $|d\rangle$ och $|s\rangle$ utan *superpositionstillstånden*

$$|d'\rangle = 0,98|d\rangle + 0,2|s\rangle$$

$$|s'\rangle = 0,2|d\rangle + 0,98|s\rangle$$

analogt med $|I\rangle$ och $|II\rangle$ i ammoniakmolekylen.

a) Antag att vi vet att vi har tillståndet $|d'\rangle$ vid $t = 0$. Vad är sannolikheten att mäta $|s\rangle$ vid samma tid $t = 0$? (5p)

b) Antag att vi vet att tillståndet $|d\rangle$ inte kan omvandlas till tillståndet $|s\rangle$ på grund av en viss symmetri i problemet. Hur kan kvantfysik förklara att en riktig nedkvark ändå kan omvandlas till en riktig särkvark? (För att få poäng måste du motivera hur du tolkar "riktig" i föregående mening.) (5p)

Man hoppas att typen av bruten symmetri som Nobelpriset gavs för i förlängningen kan förklara varför det finns så mycket mer materia än antimateria i universum.