

Kvantfysikens principer, 1

27/10

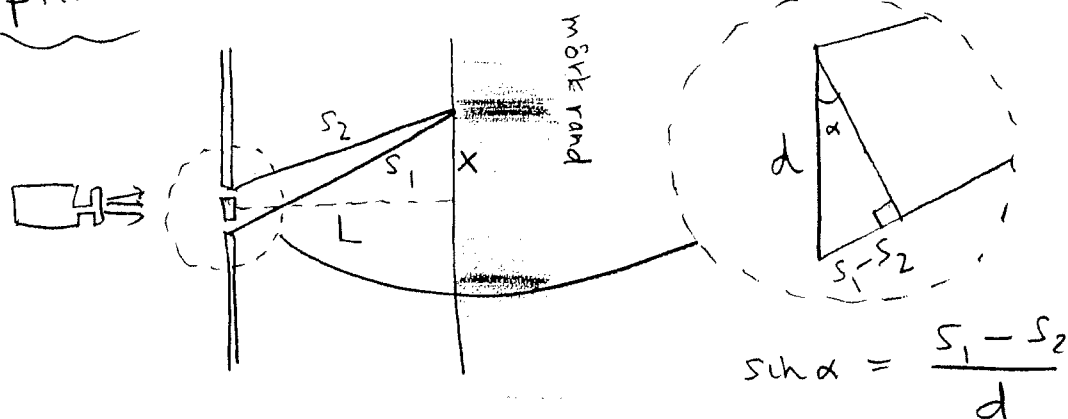
Klassisk fysik ($\rightarrow 1900$)
Modern fysik ($1900 \rightarrow$)

mekanik, optik, ...

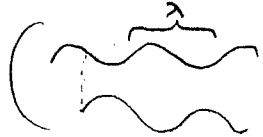
Repetition: klassisk fysik

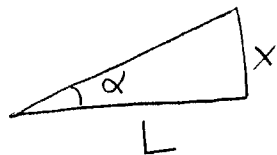
- Kompendium s. 8-22
- PhET: animationer (länkar på hemsida)

Optik



Första mörka randen: $S_1 - S_2 = \frac{\lambda}{2}$

Så $\sin \alpha = \frac{\lambda}{2d}$  destruktiv interferens



$$\tan \alpha = \frac{x}{L}$$

Små α : $\tan \alpha \approx \alpha$
 $\sin \alpha \approx \alpha$

$$\Rightarrow \frac{x}{L} \approx \frac{\lambda}{2d}$$

$$\lambda = \frac{2d \cdot x}{L}$$

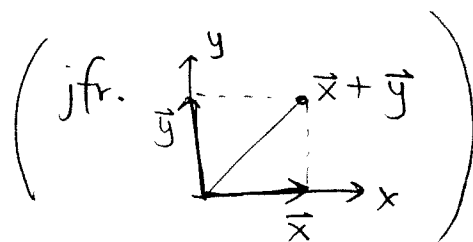
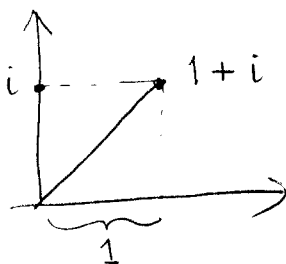
(Tenta 080706, Uppg. 5)

①

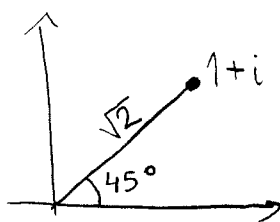
Komplexa tal

Historik: vi vill lösa t.ex $x^2 + 1 = 0$
 $x = \sqrt{-1}$?
kalla detta "i", den "imaginära enheten"
dvs i är definierat så att $i^2 = -1$.

För oss är det viktigt med "i" att det inte kan uttryckas i något reellt (vanligt) tal, ungefär som en basvektor i y-riktning inte kan uttryckas i en basvektor i x-riktningen, dvs. i är en "ny riktning" vinkelrätt mot den vanliga tallinjen, vilket bildar komplexa talplanet.

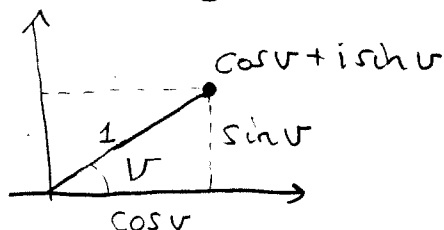


Vi kan skriva om i polära koordinater:



$$\text{längd} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$
$$\text{vinkel} = \arctan 1 = 45^\circ$$

Om vi tar längd 1, men godtycklig vinkel:



Eulers formel: $e^{iv} = \cos v + i \sin v$

(plugga in!)

Kul användning: (detaljerna ej viktiga att minnas):

Definiera Re = realdel (det som inte har "i")
 Im = imaginärdel (det som har "i")

och kom ihåg att $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$.

Då får vi "gratis" additionsformeln för t.ex
cosinus:

$$e^{ix+iy} = e^{ix} \cdot e^{iy}$$

$$\text{Re } e^{ix+iy} = \text{Re } e^{ix} e^{iy}$$

$$\begin{aligned}\cos(x+y) &= \text{Re} [(\cos x + i \sin x)(\cos y + i \sin y)] \\ &= \text{Re} [\cos x \cos y + i \cos x \sin y \\ &\quad + i \sin x \cos y + i^2 \sin x \sin y] \\ &\quad \quad \quad \nearrow \\ &\quad \quad \quad i^2 = -1\end{aligned}$$

"Re" plockar bort biten
som har "i", så kvar blir:

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y.$$

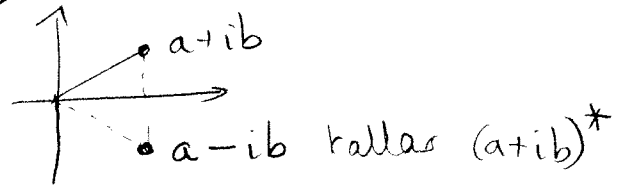
Den här härledningen är bara för att visa
att komplexa tal är ett smidigt sätt att räkna
på. För oss hjälper det med våg-räkningar.

Regler: antag a, b vanliga reella tal

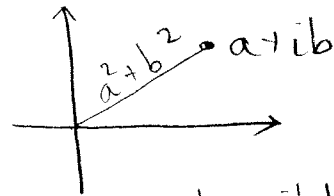
- "Komplexkonjugenhet":

reflektion,

byt tecken på i -biten



- "Absolutbelopp"
"längden"



kan fås som

$$|a+ib|^2 = (a+ib) \cdot (a+ib)^* \quad (\text{pröva!})$$

$$|a+ib|^2 = a^2 + b^2$$

Ex):

$$(e^{ia})^* = (\cos a + i \sin a)^* = \cos a - i \sin a$$

↑
Eulers
formel

$$= \cos(-a) + i \sin(-a)$$

$$= e^{-ia}$$

↑
 $\cos(-x) = \cos x$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

Nästa gång:

mer om vågor och komplexa tal.