

Feynman: "apparaten vänta"  $U(t + \Delta t)$

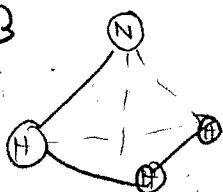
(amplitud all  $|j\rangle$  har bytts till  $\langle i|$  efter tiden  $\Delta t$ )  $= \langle i | U(t + \Delta t) | j \rangle$

Taylorutveckla:  
(små  $\Delta t$ )

$$i\hbar \frac{dC_i(t)}{dt} = \sum_j H_{ij}(t) C_j(t) \quad (*)$$

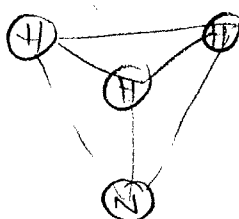
tidsberoende schrödingerekvationen  
utan rum-(x-) beroende (kommer!)

Ex:  $\text{NH}_3$



$|1\rangle$

ammoniakmolekylen



$|2\rangle$

tidsberoende!

allmänt tillstånd  $|\psi(t)\rangle = C_1(t)|1\rangle + C_2(t)|2\rangle$

(jfr. vektor som roterar:  $\vec{A} = A_x(t)\hat{x} + A_y(t)\hat{y}$ )

äterigen matematisk analogi: ammoniakmolekylen roterar inte mellan  $|1\rangle$  och  $|2\rangle$ !

Lös (\*):  $H_{ij} = \begin{pmatrix} E_0 & -A \\ -A & E_0 \end{pmatrix}$  "övergångs-energi"

$$i\hbar \frac{dC_1(t)}{dt} = E_0 C_1 - A C_2, \quad i\hbar \frac{dC_2(t)}{dt} = E_0 C_2 - A C_1$$

"kopplade"

17/11

Lösning:  $C_1(t) = \frac{a}{2} e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 - A)t} + \frac{b}{2} e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 + A)t}$   
 $C_2(t) = \frac{a}{2} e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 - A)t} - \frac{b}{2} e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 + A)t}$

(Prova! Måste veta att t.ex.  $\frac{d}{dt} e^{-iat} = -ia e^{-iat}$    
↑  
konstant

Specialfall:

$b = 0$

bägge har  $E_0 - A$  i exponenten  
vad är frekvensen?

Våg (x-oberoende):  $e^{-i\omega t}$

identificera  $\omega = \frac{E_0 - A}{\hbar}$  (jfr.  $C_1(t)$  ovan)

Beständ frekvens!

Beständ energi:  $E_0 - A$

(kom ihåg till nästa gång!)

vi vill ha  $|1\rangle$   
vid  $t=0$

steppa in  $t=0$ :

$$C_1(0) = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$$

$$C_2(0) = \frac{a}{2} - \frac{b}{2}$$

$$\text{sätt } a=b=1 \Rightarrow C_1(0) = 1, C_2(0) = 0$$

dvs. vid tiden  $t=0$  har vi

$$|\psi(0)\rangle = C_1(0)|1\rangle + C_2(0)|2\rangle$$

$$= |1\rangle$$

förstås!

(bara som koll)

Fortsfarande specialfallet  $a=b=1$   
allmänt + :

$$C_1(t) = \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{i}{\hbar}(t_0-A)t} + e^{-\frac{i}{\hbar}(t_0+A)t} \right)$$

$$\begin{aligned} e^{+ix} + e^{-ix} &= \cos x + i \sin x \\ &+ \cos(-x) + i \sin(-x) \\ &= \underbrace{\cos x + \cos x}_{2 \cos x} + \underbrace{i \sin x - i \sin x}_{0} \\ &= 2 \cos x \end{aligned}$$

bryt ut  $e^{-\frac{i}{\hbar}t_0t}$

$$\begin{aligned} &\rightarrow \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{i}{\hbar}t_0t} \left( e^{-\frac{i}{\hbar}(-A)t} + e^{-\frac{i}{\hbar}At} \right) \right) \\ &= e^{-\frac{i}{\hbar}t_0t} \cdot \cos \frac{At}{\hbar} \end{aligned}$$

på samma sätt :  $C_2(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}t_0t} \sin \frac{At}{\hbar}$

$P$  ( hitta 1) efter tiden  $t$ , om vi hade 1D vid  $t=0$ )

$$= |\langle 1 | \psi(t) \rangle|^2$$

$$= |C_1(t)|^2$$

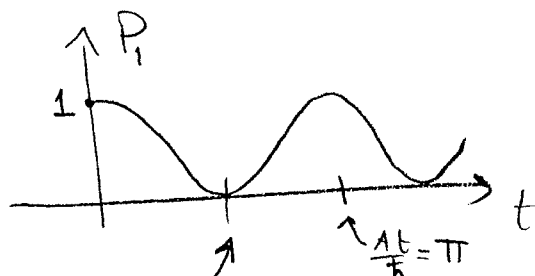
$$= \left| e^{-\frac{i}{\hbar}t_0t} \cos \frac{At}{\hbar} \right|^2$$

$$= \left| e^{-\frac{i}{\hbar}t_0t} \right| \left| \cos \frac{At}{\hbar} \right|^2$$

$$= 1$$

$$= \cos^2 \frac{At}{\hbar}$$

kalla det här " $P_1$ "

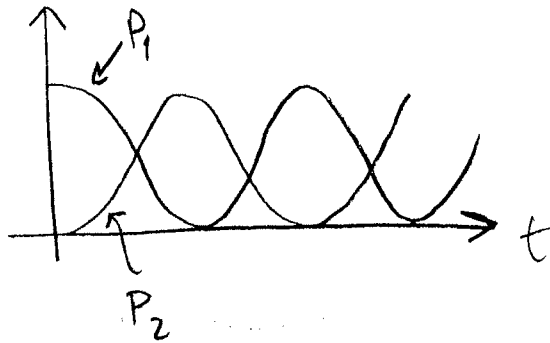


$$\frac{At}{\hbar} = \frac{\pi}{2} \quad \text{dvs} \quad t = \frac{\pi \hbar}{2A}$$

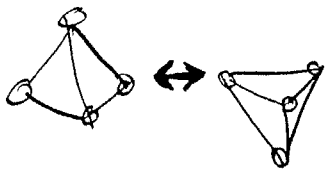
F9.2:  $A \approx 10^{-4} \text{ eV} \Rightarrow \text{period } T = \frac{\pi \hbar}{A} \approx 10^{-10} \text{ eller } 10^{-11} \text{ s}$

(Feynman: "24,000 megacykler"  
= 24 GHz  $\approx 10^{10} \text{ Hz}$ )

för  $|2\rangle$  på samma sätt:  $P_2 = \sin^2 \frac{At}{\hbar}$



ammoniakmolekylens  
kvanttillstånd  $|4(t)\rangle$   
verkar byta mellan  
 $|1\rangle$  och  $|2\rangle$  väldigt  
snabbt och av sig  
själv!



tillståndet  $|4(t)\rangle$   
oscillerar mellan  $|1\rangle$  och  $|2\rangle$

... om vi tar t.ex.  $t = \frac{\pi\hbar}{4A}$  då?

$$C_1 = \cos \frac{A(\frac{\pi\hbar}{4A})}{\hbar} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow P_1 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}$$

$$|4(t = \frac{\pi\hbar}{4A})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |2\rangle \quad (*)$$

∴  
"alltså"

vad är det här för tillstånd?

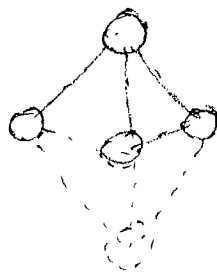
"katt-tillstånd"! sover/vaken?

Superpositionstillstånd:

varken  $|1\rangle$  eller  $|2\rangle$

utan både  $|1\rangle$  och  $|2\rangle$  samtidigt!

Schrödinger 1935



Kalla (\*) resp. det  
med minustecken  
för I) ("eins")  
och II) ("zwei")

Repetition om I) och II) senare.