



Tentamen, Kvantfysikens principer, FK2003, 7,5hp

Tid: 17.00-22.00, torsdag 17/12 2009

Hjälpmedel: utdelad formelsamling, miniräknare (inte Physics Handbook!)

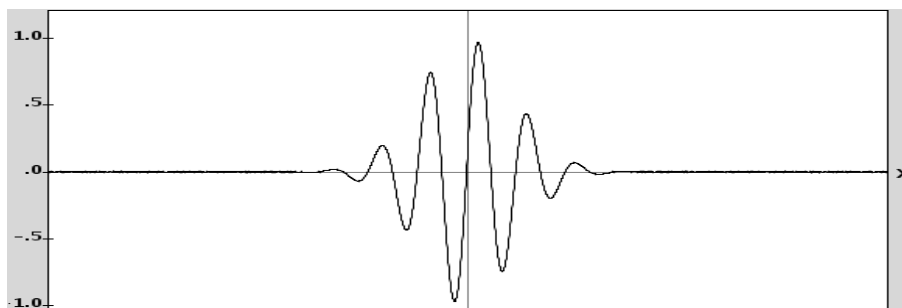
Var noga med att tydligt redovisa uträkningar och att ge motiveringar till alla svar (om inget annat sägs i uppgiften).

Maxpoäng är 100p. Betyg sätts utifrån kursens betygskriterier. Lycka till!

MB

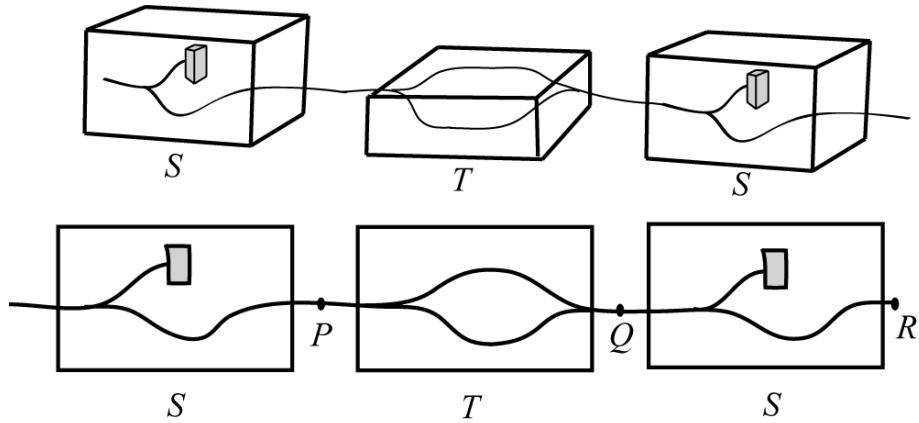
1. Förklara kortfattat (max en sida, inklusive skisser) vad som menas med “kvant-” i ordet “kvantfysik”. Använd *två konkreta experiment* som exempel i din förklaring. Du väljer själv vilka två du tycker hjälper din förklaring bäst. Det är viktigt att det framkommer vilka fysikaliska storheter som verkligen mäts i de två experimenten, och vad det är som är “kvantiserat”. Du behöver däremot inte gå in på detaljer om hur man bygger själva experimentuppställningarna. (15p)

2. Betrakta en fri elektron som beskrivs av ett vågpaket med längden $L = 1$ nm, dvs. osäkerheten i “var elektronen är” är $\Delta x \approx 0,5$ nm. Vågtåget har $n = 5 \pm 1$ hela oscillationer, dvs. det har ungefär 5 våglängder med osäkerheten $\Delta n = \pm 1$.



- a) Vad är osäkerheten i hastigheten Δv_x ? Ledning: $k = 2\pi/\lambda$. (5p)
- b) Räkna ut $\Delta x \cdot \Delta p_x$. Är värdet du får förenligt med Heisenbergs obestämthetsrelation eller inte? (5p)
- c) Om vågpaketets längd istället är $L = 1 \mu\text{m}$, vad blir $\Delta x \cdot \Delta p_x$ då? Och för $L = 1$ mm? Ser du något mönster, och isåfall, hur förklarar du det? (5p)

3. Betrakta ett Stern-Gerlach-experiment (bild på nästa sida). Den övre bilden visar hur det ser ut i tre dimensioner, den andra bilden är en plan skiss där det är underförstått att T är roterad en vinkel ϕ runt strålriktningen relativt S (i bilden $\phi = 90^\circ$).



- a) I punkt P har vi filtrerat fram tillståndet $|-S\rangle$, utan någon andel $|+S\rangle$. Vad kallas ett sådant tillstånd? (5p)
- b) Vad är amplituden för att komma från P till R? (Svara med den abstrakta amplituden i Dirac-formalism, inte något speciellt värde.) (5p)
- c) Givna är följande amplituder för tvåttillståndssystemet

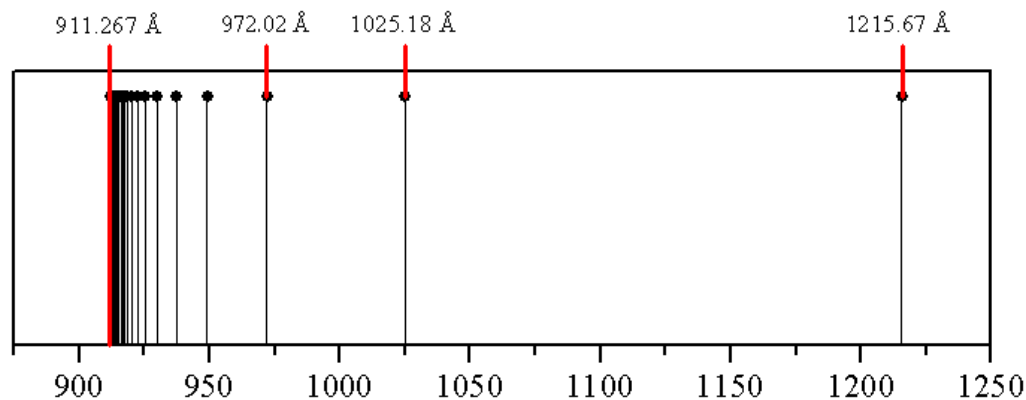
$$\begin{aligned}\langle +T| + S \rangle &= \cos \frac{\phi}{2}, \quad \langle +T| - S \rangle = \sin \frac{\phi}{2}, \\ \langle -T| + S \rangle &= -\sin \frac{\phi}{2}, \quad \langle -T| - S \rangle = \cos \frac{\phi}{2}.\end{aligned}$$

- Vad är sannolikheten att komma från P till R, som en funktion av vinkeln ϕ ? (5p)
- Om vi har 5 000 partiklar i punkt P och $\phi = 45^\circ$, hur många skulle vi se om vi mätte vid
- d) punkt R? (5p)
- e) punkt Q? (5p)
- f) Om vi bara skickar in 1 partikel i experimentet från vänster, vad kan vi med säkerhet säga om mätresultatet i punkten R? (5p)

4. Om man löser Schrödingerekvationen i tre dimensioner får man energierna $E_n = -E_R/n^2$ för $n = 1, 2, \dots$, där E_R är Rydbergenergin $E_R = 13,6$ eV. Ljushastigheten är $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s, och för en harmonisk våg gäller att $\omega/k =$ vågens hastighet.

a) Rita ett nivådiagram för väteatomen, dvs. rita ut energier på en vertikal axel. Förklara fysikaliskt utifrån diagrammet i några få ord varför energierna E_n är negativa och vad $E > 0$ innebär. (5p)

b) Den s.k. Lymanserien utgör en viss del av emissionsspektrat man får från exciterad vätgas. Spektrallinjerna i Lymanserien är ultravioletterna och ser ut så här:

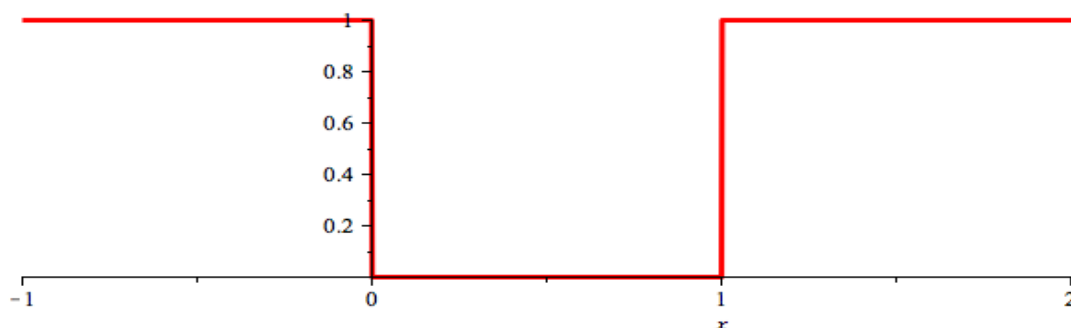


Lymanserien kommer från fotoner som skickas ut när exciterade elektroner i väteatomen de-exciteras, vilket här betyder att de hoppar från en högre energinivå ned till lägsta nivån E_1 . Räkna ut de tre våglängderna längst till höger från informationen på förra sidan. (8p)

c) Om jag bara uppmätt de två linjerna längst till höger (1215,67 Å och 1025,18 Å), varför *måste* det finnas en tredje linje någonstans? Var är den? (5p)

d) Varför tror du Johann Balmer upptäckte Balmerserien (spektrallinjer som resulterar från att elektronen hoppar ned till *näst* lägsta nivån) redan 1885, medan det tog ända till 1906 innan Theodore Lyman upptäckte Lymanserien? Ledning: jämför fotonernas våglängder. (5p)

5. Betrakta en ändlig potentialgrop, approximerad som en bitvis konstant potential $V(x)$ som i figuren, där V är i elektronvolt och x i nanometer.



a) En elektron är bunden av potentialen. Skissa en lösning till tidsberoende Schrödinger-ekvationen för elektronen. (8p)

b) I formelsamlingen står uttryck för lösningar i olika områden. Skriv ned de som beskriver din skiss (du behöver inte räkna ut något, säg bara vilken som skall användas i vilket område). Uppskatta förhållandet mellan parametrarna κ och k i det här fallet, dvs kvoten κ/k . (5p)

c) Hur uppför sig kvoten κ/k när höjden V_0 (som är $V_0 = 1$ eV ovan) på potentialgropens väggar går mot oändligheten? För att besvara det kan man utföra "ihopklippningen" av lösningar i olika områden och får att energierna E ges av den transcendentala ekvationen

$$\tan\left(\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}L\right) = 2\frac{\sqrt{\frac{V_0}{E} - 1}}{2 - \frac{V_0}{E}}$$

där i exemplet ovan $L = 1$ nm. Skissa lösningen i den gränsen och förklara hur din skiss i a) övergår i den här skissen. (4p)