



TENTAMEN I MEKANIK, DEL 1

CBGA02, FYGA07, FYGA16, LPGB01

Tid: Onsdag 2015-02-18, kl. 14.00-17.00

Lärare: Marcus Berg, 700 2238

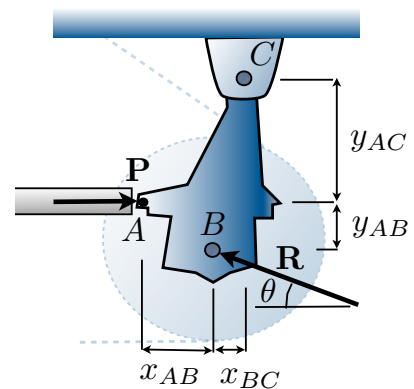
Hjälpmedel: Physics Handbook, Mathematics Handbook, en handskrivnen A4-sida med valfritt innehåll (enkelsidigt, inte på baksidan), miniräknare (ej symbolbehandlande, med tömda minnen).

Varje uppgift ger maximalt 10p. Tentamen omfattar tre uppgifter. För godkänt (3) på Del 1 krävs minst 12p, för betyget väl godkänt (FYGA07, LPGB01) krävs minst 21p, för betygen 4 och 5 (FYGA16) krävs minst 18p respektive 24p. Betyg på helkurs beräknas från Del 1 och Del 2.

Glöm inte att förklara införda beteckningar, motivera dina ekvationer samt göra en dimensionskontroll av svaret. Lycka till!

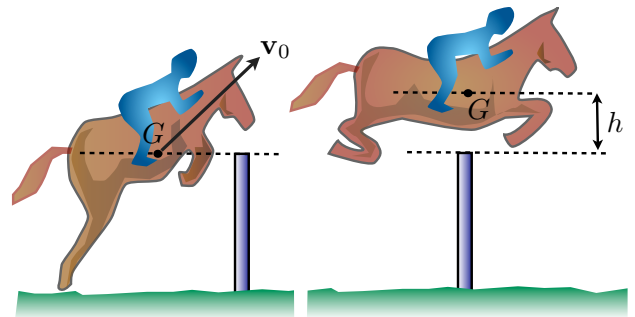
1. En pappersmaskin har en domkraft som skall trycka med kraften \mathbf{P} i punkten A på komponenten i bilden. Komponenten utsätts för en resultant \mathbf{R} med vinkel $\theta = 40^\circ$ från den friktionsfria axeln i B, och sitter i en friktionsfri pinnled vid C. Måtten är $x_{AB} = 7$ dm, $x_{BC} = 5$ dm, $y_{AC} = 12$ dm, $y_{AB} = 4$ dm, och $R = 100$ kN.

- Frilägg komponenten och rita ut krafter. (Den streckade valsen i bakgrunden hör inte till komponenten.) (3p)
- Hur stark måste domkraften vara, dvs. vad är beloppet av den horisontella kraften \mathbf{P} i jämvikt? (4p)
- Vad är beloppet av kraften på pinnleden? (3p)



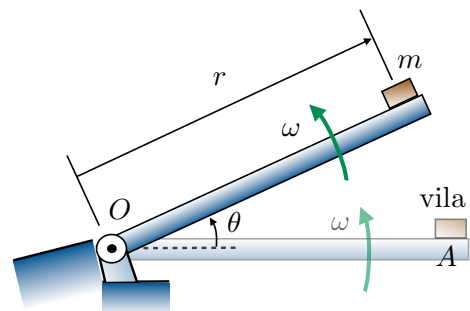
2. Konstruera en idealiserad modell där häst och ryttare med total massa 500 kg betraktas som en partikel i punkten G, som börjar hoppet i höjd med hindret med utgångsfart $v_0 = 5,2$ m/s, och måste ta sig minst en höjd $h = 58$ cm över hindret för att klara hindret. Vad måste utgångsvinkeln vara?

- Räkna utan luftfriktion, från Newtons 2:a lag. (2p)
- Räkna med luftfriktion i y -led men försumma den i x -led: $F_{f,x} \approx 0$, $F_{f,y} = -kv_y^2$, där $k = 40$ kg/m. Den här (över-)förenklingen ger en uppskattning av höjdändringen. Jämför med svaret i deluppgift a. (6p)
- Avstampet skapar egentligen rotation. Förklara varför den rörelsen inte fångas av modellen. (2p)



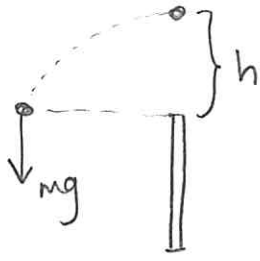
3. Designa en del av en förenklad industriell produktionsprocess. Armen roterar med konstant vinkelhastighet $\dot{\theta} = \omega$. Produkten med massa $m = 0,2$ kg placeras in i vila på den roterande armen vid A då $\theta = 0^\circ$ och skall börja glida nedför armen då $\theta = 20^\circ$.

- Vad skall friktionskoefficienten μ_s vara mellan roterande armen och produkten? Antag $\omega = 2$ rad/s, $r = 40$ cm. Frilägg tydligt. (8p)
- Vad skulle μ_s ha behövt vara utan rotation? (2p)



2

a)

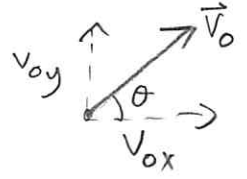


$$v_y dv_y = a_y dy$$

sträckan "s" är i y-led

$$\int_{v_{0y}}^0 v_y dv_y = \int -g dy$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0^2 - \frac{1}{2} v_{0y}^2 = -gh$$



$$+\uparrow \sum F_y = ma_y: \quad -mg = ma_y$$

$$a_y = -g$$

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{2gh}{v_0^2}$$

$$\theta = \arcsin \sqrt{\frac{2gh}{v_0^2}} = 40^\circ$$

b) $+\uparrow \sum F_y = ma_y: \quad -mg - kv_y^2 = ma_y$

$$a_y = \frac{1}{m} (-mg - kv_y^2)$$

$$= -(g + \frac{k}{m} v_y^2)$$

$$v_y dv_y = -(g + \frac{k}{m} v_y^2) dy$$

$$-\int_{v_{0y}}^0 \frac{v_y dv_y}{g + \frac{k}{m} v_y^2} = \int_0^h dy = h$$

Phys. Handb.:

$$\frac{x}{x^2+a^2} \xrightarrow{\int} \frac{1}{2} \ln(x^2+a^2)$$

$$-\int_{v_{0y}}^0 \frac{v_y dv_y}{\frac{k}{m} (\frac{mg}{k} + v_y^2)} = -\frac{m}{k} \left[\frac{1}{2} \ln(v_y^2 + \frac{mg}{k}) \right]_{v_{0y}}^0 = -\frac{m}{2k} \ln \frac{\frac{mg}{k}}{v_{0y}^2 + \frac{mg}{k}} \quad (*)$$

e upphöjt till (*): $e^{-\frac{2kh}{m}} = \frac{1}{\frac{k}{mg} v_{0y}^2 + 1}$

$$v_0^2 \sin^2 \theta \rightarrow v_{0y}^2 = \frac{mg}{k} (e^{\frac{2kh}{m}} - 1) \Rightarrow \theta \approx 42^\circ$$

Kommentar: det är inte så fysikaliskt meningsfullt att sätta $F_{f,x} \approx 0$, men uppgiften blir för svår annars.

För vinkeln	$F_{f,x}$	$F_{f,y}$	h
$\theta = 40,47^\circ$:	≈ 0	≈ 0	58 cm
	≈ 0	$-kv_y^2$	56 cm
	$-kv_x^2$	≈ 0	52 cm (prova!)
	$-kv^2$	$-kv^2$	50 cm (för svår)

Friktionskoefficienten k är också överdriven gentemot en mer realistisk modell. Man kan betrakta modelleringen här som att man provar olika effekter och jämför med experimentdata.

c) En modell med partikel (och inte stel kropp) beskriver inte rotation kring egen axel.

Referens: A. Stinner,
"Physics of Equestrian
Show Jumping",
Physics Teacher vol 52, 202 (2014)