



TENTAMEN I MEKANIK DEL 1

CBGA02, FYGA07, FYGA16, LPGB01

Tid: Onsdag 2016-02-24, kl. 14.00-17.00

Lärare: Marcus Berg, 700 2238

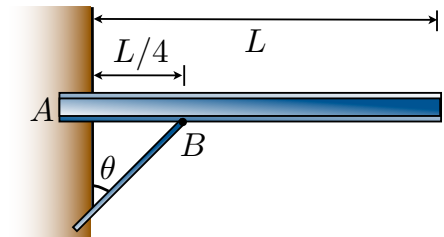
Hjälpmedel: Physics Handbook och Mathematics Handbook och en handskriven A4-sida med valfritt innehåll (enkelsidigt, *inte* på baksidan), samt miniräknare (icke symbolbehandlande, med tömda minnen).

Varje uppgift ger maximalt 10p. Tentamen omfattar tre uppgifter. För godkänt (3) krävs minst 12p. För betyget väl godkänt (FYGA07, LPGB01) krävs minst 21p, för betygen 4 och 5 (FYGA16) krävs minst 18p respektive 24p.

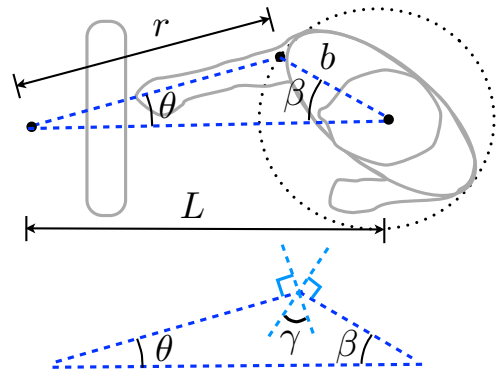
Glöm inte att förklara införda beteckningar, motivera dina ekvationer samt göra en dimensionskontroll av svaret. Lycka till!

1. En smal homogen konsolbalk (eng. *cantilever beam*) med längden L sitter fast i väggen och skall bära upp en homogen balkong. Betrakta infästningsområdet A som en punkt. Totala vikten kommer att vara 100 kg. Väggen kan högst uppbära ett kraftparmoment $M_{\max} = 500 \text{ Nm}$ i punkten A, men det sitter också ett stöd utmed $\theta = 45^\circ$ från väggen till punkten B, som är belägen vid $L/4$.

- I jämvikt, beräkna maxlängden L_{\max} . (6p)
- Om man väljer maxlängd för balken, beräkna beloppet av kraften på väggen i A. (2p)
- Visa att om man har kraftmoments-jämvikt i *både* A och B ger det kraftjämvikt i vertikalled. (2p)

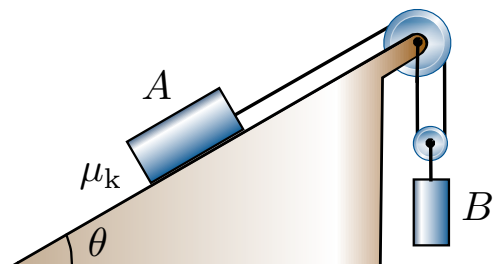


2. En karateexpert skall krossa en betongplatta. En förenklad modell i plan dynamik är: betrakta höftpartiet som ett cirkulärt hjul med radie b som under ett kort tidsintervall roterar med konstant vinkelhastighet $\dot{\beta} = -90 \text{ rad/s}$ (dvs. moturs). Hjulet driver högerarmen, betraktad som en stel stång som rör sig i approximativt konstant riktning under ett kort tidsintervall, utefter radien r . Då $\beta = 55^\circ$, vad är armens acceleration \ddot{r} ? Antag att $L = 1,2 \text{ m}$, $b = 0,2 \text{ m}$. Ledning: vinkeln $\gamma = \theta + \beta$. (10p)



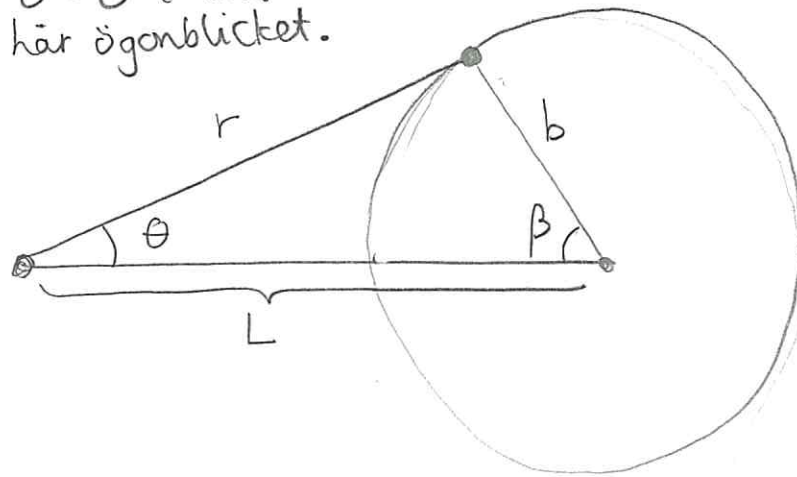
3. En del av en produktionsprocess kan approximeras med ett system av två vikter $m_A = 20 \text{ kg}$, $m_B = 60 \text{ kg}$, två lätta, friktionsfria trissor och ett lutande plan med vinkeln $\theta = 30^\circ$. Vikten B (som är tyngre än A) åker nedåt.

- Rita figur där du tydligt anger referensriktningar (t.ex. x_A , osv.) för vikternas rörelse. Utifrån dina valda referensriktningar, bestäm konstanten c i ekvationen $a_A = c \cdot a_B$ för accelerationerna. (3p)
- Om man vill att beloppet av B:s acceleration skall vara 2 m/s^2 , vad skall friktionskoefficienten μ_k vara?



2

Givet: $\dot{\theta} \approx 0$ i det här ögonblicket.



Cosinussatsen: $r^2 = L^2 + b^2 - 2Lb \cos \beta \Rightarrow r = 1,1 \text{ m}$

$\sin \theta = \frac{b \sin \beta}{r} \Rightarrow \theta = 8,6^\circ$

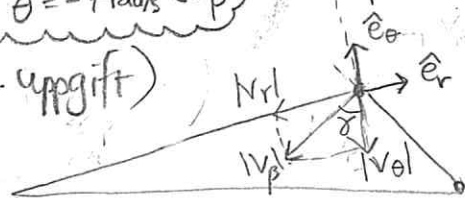
enligt fig. $v_\beta = b \dot{\beta}$ (från $v_\theta = r \dot{\theta}$ i allmänhet) = -18 m/s
 ökar β medurs, så $\dot{\beta} = -200 \text{ rad/s}$
 $a_b = -b \dot{\beta}^2$ (från $a_r = \ddot{r} - r \dot{\theta}^2$ i allm.)
 $a_\beta = 0$ (konst. $\dot{\beta}$)

alla negativa.

$v_r = v_\beta \sin \gamma$
 $v_\theta = v_\beta \cos \gamma (= r \dot{\theta}, \text{ försumbar enl. uppgift})$

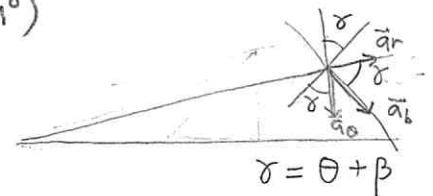
visar sig $\dot{\theta} = -7 \text{ rad/s} \ll \dot{\beta}$

Komponentuppdelning



$a_r = \ddot{r} - r \dot{\theta}^2 = -a_b \cos \gamma$ ($a_r > 0$ då $\beta < 80,4^\circ$)

$\ddot{r} = -a_b \cos \gamma + r \dot{\theta}^2$
 $= +b \dot{\beta}^2 \cos \gamma + r \left(\frac{v_\beta \cos \gamma}{r} \right)^2$
 $= +b \dot{\beta}^2 \cos \gamma + \frac{v_\beta^2 \cos^2 \gamma}{r}$



$= \underbrace{+0,2 \cdot 90^2 \cdot \cos 63,6^\circ}_{+58 \text{ m/s}^2} + \underbrace{18^2 \cdot (\cos 63,6^\circ)^2 / 1,1}_{+58 \text{ m/s}^2}$
 $= -720 \text{ m/s}^2 \quad (779 \text{ m/s}^2 \text{ med } \dot{\theta})$

Mekanik Del 2:

Stöt: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4 \cdot 16}{0,03}$ för $|v_r| = 16 \text{ m/s}$, $\Delta t \approx 0,03 \text{ s}$.
 För arm med $m \approx 4 \text{ kg}$ motsvarar det $F = 2,1 \text{ kN}$.
 Krävs lite drygt 2 kN för att slå genom betongblock, om det överförs under kort tidsintervall på liten yta.

Alt. lösning: derivera kinematiska trång, t.ex. $\frac{r}{\sin \beta} = \frac{b}{\sin \theta}$ eller cosinussatsen ovan.