

Inledande modern fysik Del 2

Kompendium: Relativitetsteori och partikelfysik

Marcus Berg

Det här kompendiet plus utdelat material ur Schutz utgör kurslitteratur för kursmomentet Del 2.

Innehåll

1 Förkunskaper och litteratur	1
2 Relativitetsteori	2
2.1 Einstein, Newton och Maxwell	8
2.2 Från klassisk fältteori till kvantfältteori	9
3 Partikelfysik: introduktion och fenomenologi	9
3.1 Sönderfall: från kärnfysik till subnukleär fysik	9
3.2 Finns partiklar?	10
3.3 Partikelfysikens apparater	11
3.4 Partiklarnas periodiska system	12
4 Vad mäter man?	14
4.1 Tvärsnitt	17
4.2 Bromsstrålning	18
4.3 Partiklar mot partiklar	21
5 Partikelfysik: teoretiska metoder	21
5.1 Feynmandiagram	21
6 Feynmandiagram som överbryggande idé	22
6.1 Teorin för betasönderfall	23
6.2 Fängsling och mer om Feynmandiagram	23
6.3 Sammanfattning: bevaringslagar	24
6.4 Spridningstvårsnitt σ från Feynmandiagram	25
6.5 Framtiden	27
7 Resurser och vidareläsning	27
7.1 Speciell relativitetsteori	27
7.2 Partikelfysik	27
8 Uppgifter	29
9 Svar (prova själv först!)	32

1 Förkunskaper och litteratur

Förkunskaper: Från gymnasiet och Del 1 av kursen skall ni ha med er lite förkunskaper (allmänbildning) om ljusets hastighet och materians uppbyggnad som atomer och atomkärnor. Vi kommer också att behöva lite grundläggande mekanik. Se quiz på Canvas från del 1.

Speciell relativitetsteori: Se t.ex. [Video 1: Relativitetsteori](#). Det är ett kapitel om det i Knight/Tipler/liknande böcker. Läs gärna, men det är över 30 sidor och ingen av dem är särskilt bra. (Gymnasieboken Fysik 3 är däremot bra, huvudpoängerna är de i Video 1.) Bredvidläsning sedan i Schutz [1] (på Canvas)

kap 1-3. Schutz bok används på kursen Allmän relativitetsteori.

Partikelfysik: Bredvidläsning i Matt Strasslers blogg [2]. En mer avancerad bok som är bra är Rolnick [3], intresserade studenter kan skaffa den nu och bläddra i, men läsa efter Kvantfysik I på år 2. På masternivå är standardboken Peskin & Schroeder [23], förutsätter kursen Avancerad kvantmekanik.

2 Relativitetsteori

Betrakta det vanliga koordinatsystemet (x, y, z) (som observatör \mathcal{O} använder) roterat med vinkel θ runt z -axeln till $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ (som observatör $\bar{\mathcal{O}}$ använder). Med lite elementär geometri som jag diskuterar i [Video 1: Relativitetsteori](#) går man från (x, y, z) till $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ med transformationen

$$\begin{cases} \bar{x} = x \cos \theta + y \sin \theta \\ \bar{y} = -x \sin \theta + y \cos \theta \\ \bar{z} = z \\ \bar{t} = t \end{cases} \quad (2.1)$$

där den sista ekvationen $\bar{t} = t$ (tiden ändras inte) vanligtvis är underförstådd för rotationer. Ett rumsintervall mellan två punkter ges av Pythagoras sats i tre dimensioner:

$$(\Delta \mathbf{r})^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2. \quad (2.2)$$

I uppgifterna ombeds du bevisa något som är uppenbart: under rotationen i ekvation (2.1) gäller $(\Delta \bar{\mathbf{r}})^2 = (\Delta \mathbf{r})^2$, dvs. en vektors längd är oförändrad under rotationer. Att vara oförändrad under en koordinat-transformation som (2.1) kallas att vara *invariant*. I relativitetsteori är det inte rummet som är det centrala begreppet utan *rumtiden*, alltså rummet och tiden som en gemensam enhet. Man börjar då med att generalisera rumsintervallet $(\Delta \mathbf{r})^2$ till det s.k. *rumtidsintervallet* med ljusets hastighet c :

$$(\Delta s)^2 = -c^2(\Delta t)^2 + (\Delta \mathbf{r})^2. \quad (2.3)$$

Det här kallas ibland "Pythagoras sats i rumtiden". (Något är underligt: om vänsterledet vore en kvadrat av något så borde inte högerledet kunna vara negativt. Vi skall definiera det noggrannare i ekvation (2.32) nedan, men för tillfället, tolka bara vänsterledet som en beteckning för högerledet.) Nu kan vi i analogi med invarians av längden av en vektor under rotation kräva att rumtidsintervallet är invariant: $(\Delta \bar{s})^2 = (\Delta s)^2$. För rotationer härledde vi invariansen av rumsintervallet från de explicita uttrycken för $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, men nu gör vi tvärtom: vi kräver invarians och ser vilka transformationer det leder till. Det leder till Lorentztransformationerna, som inkluderar rotationerna ovan samt en ny typ av transformation som är translation med konstant hastighet v i x -riktningen:

$$\begin{cases} \bar{t} = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) \\ \bar{x} = \gamma (x - vt) \\ \bar{y} = y \\ \bar{z} = z \end{cases} \quad \text{där} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (2.4)$$

Den här transformationen kallas en "boost" i x -riktningen. Formlerna i (2.4) kan vid första anblick verka väsensskilda från formlerna i (2.1) ovan, men uppgift S1.18 i Schutz visar att de är närbesläktade, via de *hyperboliska* funktionerna "sinh" och "cosh" som är lite som sin och cos (därav namnen).

Exempel. En partikel rör sig med hastighet $v = c/2$ relativt ett laboratorium. Vi väljer koordinaterna (t, x) som partikelns vilosystem (observatör \mathcal{O} , se nedan) och att partikeln är i origo där: $x = 0$. Då blir tiden \bar{t} i laboratoriets koordinatsystem (observatör $\bar{\mathcal{O}}$), enligt ekvationerna (2.4):

$$\bar{t} = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} \cdot 0 \right) = \frac{t}{\sqrt{1 - (c/2)^2/c^2}} = \frac{t}{\sqrt{1 - 1/4}} = \frac{t}{\sqrt{3/4}} = \frac{t}{\sqrt{3}/2} = \frac{2}{\sqrt{3}} t \approx 1,15 t \quad (2.5)$$

Vi ser att tiden \bar{t} som uppmäts i laboratoriet är 15% större än tiden t som förloppet tar i partikelns vilosystem. Till exempel sönderfall går alltså långsammare sett från laboratoriet. Det kallas *tidsdilatation* (tidsutvidgning). Uppgifterna nedan visar något överraskande att *alla* observatörer tycker att *alla andras* förlopp verkar gå långsamt; man kan växla \mathcal{O} och $\bar{\mathcal{O}}$ och får ändå tidsutvidgning.

En av de tidiga experimenten ([4], 1963) som testade tidsdilatation studerade myoner (instabila partiklar som sönderfaller) i kosmiska strålar från rymden. De mätte 563 myoner/h i strålarna uppe på ett berg jämfört med 412 myoner/h nere på marken. Utan tidsdilatation skulle det ha varit runt 30 myoner/h på marken eftersom myoner sönderfaller fort ($2 \mu\text{s}$, och det tar dem ungefär $6 \mu\text{s}$ att komma ner), men tidsdilatation förlängde deras livstid sett från jordens koordinatsystem, så många fler "överlever" än vad man skulle ha trott utan relativitetsteori. I nyare experiment från 2010 har tidsdilatation uppmätts för hastigheter så pass låga som 10 m/s, med väldigt noggranna atomur [5].

Motsvarande fenomen för längd kallas längdkontraktion, som diskuteras i Video 1 och i en uppgift nedan. Längdkontraktion är svårare att mäta direkt än tidsdilatation, eftersom oftast bara små partiklar rör sig i närheten av ljusets hastighet, och de redan är så små.

Begreppet tid är centralt i relativitetsteori. Schutz inför en ny tidsenhet, en som är bekant i andra sammanhang: meter! Det är inget konstigare än när någon säger "Örebro ligger en timme bort", för man har given hastighet på motorvägen i åtanke. Här har vi ljushastigheten i åtanke och man kan då mäta avstånd i tid, eller tid i avstånd som Schutz. Här behåller vi SI-enheter och skriver ct överallt där det står t i Schutz (se uppgifter om enheter nedan).

Nu skall vi gå in på relativ rörelse enligt Lorentz och Einsteins mekanik: relativitetsteori. Om en partikel har hastighet u i x -koordinatsystemet och hastighet \bar{u} i \bar{x} -koordinatsystemet får vi

$$\bar{u} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta \bar{t}} = \frac{\gamma(\Delta x - v\Delta t)}{\gamma(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x)} = \frac{\frac{1}{\Delta t} \cdot \gamma(\Delta x - v\Delta t)}{\frac{1}{\Delta t} \cdot \gamma(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x)} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2}u}. \quad (2.6)$$

Antag först att $v < c$. Om vi sätter $u = v$ så blir $\bar{u} = 0$. Det betyder bara att om en partikel rör sig åt höger med precis samma hastighet som koordinatsystemet \bar{x} rör sig, så verkar den stå stilla i det koordinatsystemet. Det stämmer överens med vår vardagsförståelse av relativ rörelse. Man kan alltså även i relativitetsteori alltid hitta ett koordinatsystem där en given partikel med $v < c$ står stilla, och det kallas partikelns *vilosystem*. Men det är det enda med ekvation (2.6) som stämmer överens med vår vardagsförståelse! Låt oss nu prova att sätta partikelns hastighet $u = c$ (t.ex. för en foton), då blir

$$\bar{u} = \frac{c - v}{1 - v/c} = c \frac{c - v}{c - v} = c \quad (2.7)$$

oberoende av v . Alla observatörer med konstant hastighet observerar att fotonen rör sig med ljusets hastighet. Man kan alltså inte åka ifatt en foton, ens i princip, enligt relativitetsteori. Ljusets hastighet är alltså som du säkert har hört konstant, dvs. samma för alla koordinatsystem.¹ Här är ett exempel på hastigheter som inte är riktigt c .

Exempel. Om en partikel A rör sig med hastighet $u = c/2$ och en annan partikel B åker efter den med hastighet $v = c/3$, vad blir hastigheten \bar{u} i B:s koordinatsystem \bar{x} ? Enligt (2.6) har vi

$$\bar{u} = \frac{c/2 - c/3}{1 - (c/3)/c^2 \cdot c/2} = \frac{c/6}{1 - 1/6} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5/6} \cdot c = \frac{c}{5}. \quad (2.8)$$

I newtonsk mekanik skulle det ha blivit $u - v = c/2 - c/3 = c/6$ som alltså är fel, men ingen helt värdelös approximation heller.

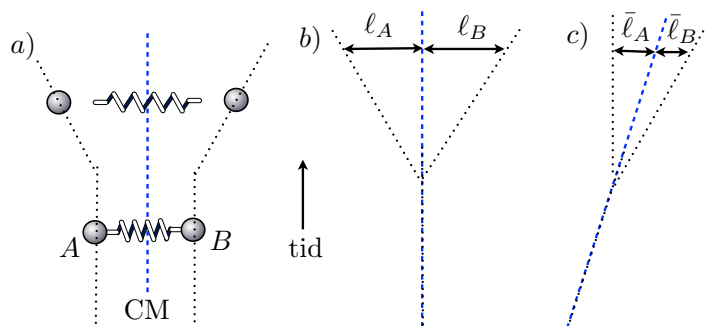
¹Det går däremot som du också vet långsammare i glas. Det är populärt i atom- och molekylfysik att försöka "sakta ned ljus", antingen genom ett mer exotiskt medium än glas, som Bose-Einstein-kondensat [16] eller genom att manipulera ljuspulser [17]. De här experimenten motsäger inte relativitetsteori, men ibland framställs det så i populärpressen. Partiklar som alltid rör sig snabbare än ljuset ("takyoner") skulle leda till att kommunikation bakåt i tiden vore möjligt (se t.ex. Sören Holsts bok [21]), som de flesta fysiker tycker vore absurt, därför utgår man oftast från att de inte finns. Men de motsäger inte heller direkt relativitetsteori! År 2011 påståddes det att neutriner var takyoner, vilket var fel [18], som [Claes förutsade](#).

Hastighetsadditionen $v_{A/B} = v_A + v_B$ som vi är vana vid från ickerelativistisk fysik (kallas Galileo-transformation) generaliseras till följande "additionsregel" om vi sätter $u = v_A$, $v = -v_B$, $\bar{u} = v_{A/B}$ i ekvation (2.6):

$$v_{A/B} = \frac{v_A - (-v_B)}{1 - \frac{(-v_B)v_A}{c^2}} = \frac{v_A + v_B}{1 + v_A v_B / c^2}. \quad (2.9)$$

Men någonting är konstigt med hastighetsadditionsformeln (2.9) som vi enklast ser i ett exempel.

Exempel. Låt oss betrakta två bollar A och B med samma massa m som sitter ihop med en fjäder. Fjädersystemet är ihoptryckt i spänt läge som hålls fast av ett litet snöre. Efter en viss tid går snöret av och bollarna skjuts ut åt motsatt håll. Figur 1 visar ett rumtidsdiagram: linjerna kallas *världslinjer*. I Newtons mekanik är *totala* rörelsemängden före och efter $mv_A + mv_B = 0$, dvs. masscentrum är



FIGUR 1: a) Boll A, boll B och deras masscentrum. b) vi "zoomar ut" i x -led så man inte ser systemets bredd. c) boll A:s vilosystem efter fjäderutsträckningen, jämför \bar{l}_A och \bar{l}_B .

stilla (figur 1b). Låt oss testa att rörelsemängd är bevarad i Newtons mekanik i två olika koordinatsystem.² Vårt nya koordinatsystem är boll A:s vilosystem efter de skjutits iväg, som visas i figur 1c, där A:s streck efter snöret gått av är vertikalt, dvs. A står stilla.³ Där har systemet före utskjutningen rörelsemängd $\bar{p}_{\text{före}} = 2m \cdot \bar{v}_{\text{CM}} = 2mv_B$, för masscentrum efter explosionen rör sig bort från A med hastighet \bar{v}_{CM} , som har samma belopp som v_A i det ursprungliga systemet: $\bar{v}_{\text{CM}} = |v_A| = v_B$. I det här systemet har boll B hastigheten $\bar{v}_B = v_B + \bar{v}_{\text{CM}} = 2v_B$ och därmed rörelsemängd $\bar{p}_{\text{efter}} = m \cdot 2v_B$. Så rörelsemängden är återigen bevarad i newtonsk mekanik. Men i relativitetsteori har vi nu ekvation (2.9) som ger $\bar{v}_B < 2v_B$, inte $\bar{v}_B = 2v_B$, så den vanliga rörelsemängden $p = mv$ är tydligen inte bevarad, enligt Einstein!

Eftersom vi gillar bevaringslagar vill vi gärna hitta någon generalisering av rörelsemängden som är bevarad oavsett koordinatsystem. Låt oss börja om från början.

Först inför vi lite notation: sammanfatta (ct, x, y, z) med numreringen (x^0, x^1, x^2, x^3) . Det är viktigt att 0, 1, 2, 3 inte är exponenter, utan bara en numrering som råkar vara "däruppe". Varför man vill ha numrering uppe skall vi se senare. Med numrering kan vi packa ihop (x^0, x^1, x^2, x^3) till en symbol x^α där det är underförstått att α kan anta värdena 0, 1, 2 eller 3. Det är en generalisering av vektorsymbolen \mathbf{x} i tre dimensioner (dvs. vanlig vektor, som vi brukar skriva som \vec{x} för hand) till rumtiden, så x^α kallas en "4-vektor" i motsats till \mathbf{x} som vi kan kalla "3-vektor" om vi vill poängtera

²Om du inte minns: $\mathbf{x}_{\text{CM}} = (m_1 \mathbf{x}_1 + m_2 \mathbf{x}_2) / (m_1 + m_2)$. För specialfallet $m_1 = m_2 = m$ blir det $\mathbf{x}_{\text{CM}} = (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) / 2$. Definiera koordinatsystem relativt masscentrum: $\mathbf{x}_{1\text{CM}} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{\text{CM}}$, $\mathbf{x}_{2\text{CM}} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{\text{CM}}$. Derivera det: $\mathbf{v}_{1\text{CM}} + \mathbf{v}_{2\text{CM}} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_{\text{CM}} = 2\mathbf{v}_{\text{CM}} - 2\mathbf{v}_{\text{CM}} = 0$. I masscentrumssystemet är alltså $\mathbf{v}_{1\text{CM}} = -\mathbf{v}_{2\text{CM}}$, lika fart och motriktad hastighet. (Om $m_1 \neq m_2$ gäller det inte längre för hastigheter. Visa själv att det ändå gäller för rörelsemängderna.)

³Varför rör sig systemet åt höger *innan* utskjutningen i figur 1c? Vi vill hålla oss till konstanta hastigheter här, så vi vill behålla samma system före och efter utskjutningen. Tänk dig att fjädern med bollarna ligger på marken, du börjar långt till höger och springer åt vänster med hastighet v_A , och precis när du springer förbi fjädern så skjuter den ut bollarna och du håller precis jämna steg med boll A. Det är det som illustreras i figur 1c: bollarna ligger först stilla på marken i sitt system, men rör sig åt höger med hastighet v relativt dig som springer åt vänster. Om det verkar som ett rätt långsökt koordinatsystem så är det för att det är långsökt, bara lätt att räkna på och rita.

skillnaden. Med hjälp av x^α kan vi skriva alla fyra Lorentztransformationerna på en rad:

$$\Delta x^{\bar{\alpha}} = \sum_{\beta=0}^3 \Lambda^{\bar{\alpha}}_{\beta} \Delta x^{\beta} \quad \bar{\alpha} = 0, 1, 2, 3, \quad (2.10)$$

där $\Lambda^{\bar{\alpha}}_{\beta}$ är en 4×4 -matris, en samling av $4 \cdot 4 = 16$ tal som vi läser av från (2.4), varav de flesta är noll, t.ex. $\Lambda^{\bar{0}}_0 = \gamma$, $\Lambda^{\bar{0}}_1 = -\gamma v/c$, $\Lambda^{\bar{0}}_2 = 0$ etc. För er som känner er hemma på flervariabelanalys kan man också skriva ekvation (2.10) som en partiell derivata:

$$\Lambda^{\bar{\alpha}}_{\beta} = \frac{\partial x^{\bar{\alpha}}}{\partial x^{\beta}} \quad (2.11)$$

dvs. om vi får en linjär koordinatstransformation som funktioner $x^{\bar{\alpha}}$ av de gamla x^α så destillerar man ut transformationsmatrisen genom att derivera de nya koordinaterna med avseende på de gamla.

Exempel. Betrakta⁴ en fyrvektor $A = (5, 0, 0, 2)$ m som jag har uppmätt i mitt system \mathcal{O} . Du är observatör $\bar{\mathcal{O}}$ och rör dig med hastighet v i positiva x -riktningen. Från (2.10) kan jag räkna ut komponenterna av fyrvektorn A som du uppmäter i ditt koordinatsystem $\bar{\mathcal{O}}$. Först nollte komponenten:

$$\begin{aligned} A^{\bar{0}} &= \Lambda^{\bar{0}}_0 A^0 + \Lambda^{\bar{0}}_1 A^1 + \Lambda^{\bar{0}}_2 A^2 + \Lambda^{\bar{0}}_3 A^3 \\ &= \Lambda^{\bar{0}}_0 \cdot 5 + \Lambda^{\bar{0}}_1 \cdot 0 + \Lambda^{\bar{0}}_2 \cdot 0 + \Lambda^{\bar{0}}_3 \cdot 2 \\ &= \gamma \cdot 5 + 0 + 0 + 0 = 5\gamma. \end{aligned} \quad (2.12)$$

På samma sätt får man $A^{\bar{1}} = -5\gamma \frac{v}{c}$, $A^{\bar{2}} = 0$, $A^{\bar{3}} = 2$, så totalt har vi

$$A^{\bar{\alpha}} = \gamma(5, -5\frac{v}{c}, 0, 2). \quad (2.13)$$

(Vi skrev γ framför, det är ofta praktiskt men man kan förstås lika väl multiplicera in γ .) Med t.ex. $v = 0,8c$ så får man konkreta numeriska komponenter för $A^{\bar{\alpha}}$ (prova!). Notera att även nollte komponenten $A^0 = 5$ var given i meter, på samma sätt som ct är given i meter. Hade vi haft andra enheter för nollte komponenten än för de rumsliga komponenterna hade det inte varit möjligt att skriva ekvationer som (2.12), för man kan inte addera storheter med olika enhet.

En viktig egenskap hos Lorentztransformationerna, som vi räknade oss fram till i Video 1, är att rum och tid "blandas": 5:an från A^0 dyker upp i den rumsliga komponenten $A^{\bar{1}}$ i ekvation (2.13). Det följer från vår ursprungliga formel $\bar{x} = \gamma(x - vt)$: olika tider t för \mathcal{O} ger olika lägen \bar{x} enligt $\bar{\mathcal{O}}$.

Nu har vi en kompakt sammanfattning av Lorentztransformationerna i (2.10). I mekanik lärde vi oss att hastighet är ett gränsvärde av ett längdintervall delat med ett tidsintervall, dvs. "lutningen i en x - t -graf". I relativitetsteori kan vi introducera en fyrdimensionell "4-hastighet" v^α som tangenten till världslinjen i rumtiden: se figur 1. Det kluriga är att tidsintervallet i definitionen av hastighet i relativitetsteori beror på observatör, alltså på koordinatsystem. Men det finns ett koordinatsystem som är speciellt: partikelns vilosystem. Så rimligen borde tidsintervallet i definitionen av hastighet vara partikelns egentid τ , dvs. tiden som partikeln själv mäter. Med tidigare notation kallar vi t för egentid τ och \bar{t} för t , då har vi $t = \gamma\tau$, så

$$v^\alpha := \frac{\Delta x^\alpha}{\Delta \tau} = \gamma \frac{\Delta x^\alpha}{\Delta t} \quad (2.14)$$

där "：“ betyder "definieras som".⁵ Om vi använder "Pythagoras sats i rumtiden", ekv. (2.3), får vi

$$(v^\alpha)^2 = \gamma^2 \frac{(\Delta x^\alpha)^2}{(\Delta t)^2} = \frac{1}{1 - v^2/c^2} \left(\frac{-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta \mathbf{r})^2}{(\Delta t)^2} \right) = \frac{1}{1 - v^2/c^2} (-c^2 + v^2) = -c^2 \quad (2.15)$$

⁴Det här exemplet är från Schutz s.38. Schutz använder Einsteins konvention att *inte* skriva ut summatecken för upprepade index, men vi skriver ut summatecken. Dessutom: \mathbf{x} är en 3-vektor för oss bägge, medan \bar{x} för Schutz i huvudsak är det vi kallar x^α . Vi följer däremot hans konvention att inte sätta streck på själva x :et i $\Delta x^{\bar{\alpha}}$, fast många andra författare skriver $\Delta \bar{x}^{\bar{\alpha}}$. Hans tanke är att x är en och samma vektor i alla system, bara koordinaterna ändras.

⁵Ovanstående gäller för konstanta hastigheter vilket är det vi mest pratar om här. Det går också bra att definiera ögonblicklig hastighet genom att ta gränsvärde $\Delta \tau \rightarrow 0$ som vanligt, isåfall är gränstagningen "lim" underförstådd hela tiden.

dvs. kvadraten på 4-hastigheten är konstant, oavsett vad "vanliga hastigheten" är! Det här är ganska spännande: längden i kvadrat på en vanlig hastighetsvektor $\mathbf{v}^2 = v^2$ är ju samma oavsett hur man roterar den, men $(v^\alpha)^2$ är "ännu mer invariant", den har värdet $-c^2$ oberoende av 3-hastigheten \mathbf{v} !

Utifrån v^α kan vi äntligen definiera en *relativistisk rörelsemängd*, som också kallas 4-rörelsemängd:

$$p^\alpha = mv^\alpha, \quad (2.16)$$

där m är vilomassan, den enda massa vi pratar om här. För komponenterna $\alpha = 1, 2, 3$ får vi enligt ovan: $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$. Vi testar att den relativistiska rörelsemängden p^α är bevarad i alla koordinatsystem.

Exempel, forts. I bollexemplet ovan är de relativistiska rörelsemängderna i masscentrumssystemet: $p_A = \gamma_A m v_A$, $p_B = \gamma_B m v_B$ men $v_A = -v_B$, så $\gamma_A = \gamma_B$ och fortfarande $p_{tot} = 0$ före och efter. I boll A:s system $(c\bar{t}, \bar{x})$ har vi före snöret går av hastighet \bar{v}_f ("f" för "före"), med $v_A = -v$. Enligt (2.9):

$$\bar{v}_f = \frac{0 + v}{1 + 0 \cdot v/c^2} = v \quad (2.17)$$

vilket bara bekräftar att om vi "boostar" från noll till ett system som rör sig med hastighet v , så blir hastigheten v . I boll A:s system $(c\bar{t}, \bar{x})$ har vi $\bar{p}_{tot,f} = 2m_f \cdot \gamma v$ före snöret går av. Varför måste vi sätta "före" på massan? För att det skall bli någon rörelseenergi efter snöret går av måste vi ta med potentiella energin hos fjädern: $m_f c^2 = 2m c^2 + E_{pot}$, medan $m_e c^2 = 2m c^2$. Efteråt har vi: $\bar{v}_A = 0$ per definition, och enligt (2.9)

$$\bar{v}_B = \frac{v_B + v_B}{1 + v_B^2/c^2} = \frac{2v}{1 + v^2/c^2}. \quad (2.18)$$

Nyckeln till att visa att relativistisk rörelsemängd är bevarad är följande identitet:

$$(\gamma_{\bar{v}_B})^2 = \frac{1}{1 - \bar{v}_B^2/c^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{2v}{1+v^2/c^2}\right)^2/c^2} = \frac{(1 + v^2/c^2)^2}{(1 + v^2/c^2)^2 - 4v^2/c^2} = \frac{(1 + v^2/c^2)^2}{(1 - v^2/c^2)^2}. \quad (2.19)$$

Med "e" för "efter" har vi då:

$$\bar{p}_{tot,e} = 0 + \gamma_{\bar{v}_B} m_e \bar{v}_B = \gamma_{\bar{v}_B} \cdot \frac{2m_e v}{1 + v^2/c^2} = \gamma^2 \cdot 2m_e v = 2\gamma m_f v \quad (2.20)$$

där vi använde att energins bevarande ger $\gamma = m_f/m_e$ (se uppgift nedan). Totala rörelsemängden efter är $\bar{p}_{tot,e} = 2\gamma m_f v = \bar{p}_{tot,f}$, så den relativistiska rörelsemängden är bevarad även från boll A:s synpunkt. I en uppgift får du undersöka det här i ett rumtidsdiagram.

Hur är det med tidskomponenten av p^α , dvs. p^0 ? (Kom ihåg att nollan inte är en exponent.) Från (2.15) har vi

$$(p^\alpha)^2 = m^2(v^\alpha)^2 = -m^2 c^2. \quad (2.21)$$

För att känna igen det här kan vi välja vilosystemet för partikeln, $\mathbf{v} = 0$, så $(p^\alpha)^2 = -(p^0)^2 = -m^2 c^2$, dvs.

$$p^0 = mc = mc^2/c \quad (\mathbf{v} = 0). \quad (2.22)$$

Det känner vi igen som viloenenergin mc^2 delat med c . Så vi kan våga oss på att säga att tidskomponenten av en 4-rörelsemängd i allmänhet skall vara *totala* energin E delat med c :

$$p^0 = E/c \quad (\text{i allmänhet}), \quad (2.23)$$

som vi kommer att se ger det här vårt vanliga koncept av energi som specialfall. Eftersom $(p^\alpha)^2 = -(p^0)^2 + \mathbf{p}^2 = -E^2/c^2 + \mathbf{p}^2 = -m^2 c^2$ har vi alltså relativistiska energin

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4. \quad (2.24)$$

Vi ser att för $\mathbf{p} = 0$ har vi $E = mc^2$, som är den (mycket stora) viloenenergi som finns i en kropp bara av att den har massa, som ni har studerat i kärnfysik i Del 1 i samband med radioaktivitet. För $v \ll c$ får vi istället den bekanta ickerrelativistiska kinetiska energin $E - mc^2 \approx \frac{1}{2}mv^2$ (se uppgift). Det går också att räkna ut energin $E = hf$ hos en foton (se uppgifter). Alla de här formlerna är alltså specialfall av den relativistiska energiformeln (2.24).

Till sist kan vi äntligen härleda Dopplerskift av ljus som du kanske hört talas om. För en masslös partikel är $(p^\alpha)^2 = -m^2c^2 = 0$. Om fotonen rör sig utmed x -axeln har vi $p^\alpha = (E/c, p, 0, 0)$ och därmed $-(E/c)^2 + p^2 = 0$, alltså $E = pc$. I koordinatsystemet (\bar{x}, \bar{t}) har fotonen energin

$$\bar{E} = p^{\bar{0}}c = c \sum_{\alpha=0}^3 \Lambda^{\bar{0}}_{\alpha} p^\alpha = c\Lambda^{\bar{0}}_0 p^0 + c\Lambda^{\bar{0}}_1 p^1 = \gamma E - \gamma \frac{v}{c} pc = \gamma E(1 - v/c) \quad (2.25)$$

så förhållandet mellan frekvenserna är, eftersom $E = hf$ så $f = E/h$:

$$\frac{\bar{f}}{f} = \frac{\bar{E}/h}{E/h} = \gamma(1 - v/c) = \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 + \frac{v}{c}} \sqrt{1 - \frac{v}{c}}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}, \quad (2.26)$$

där jag använde konjugatregeln i nämnaren.

Exempel. (Knights bok) I ljus från en avlägsen galax observerar man att en spektrallinje som vanligen har våglängd 656 nm är skiftad till 691 nm. Hur fort rör sig galaxen? Det är praktiskt att uttrycka hur mycket linjen har flyttats mot den röda delen av spektrat genom *rödskiftet* z , som definieras som

$$z = \frac{\lambda_{\text{observerad}}}{\lambda_{\text{standard}}} - 1 = \frac{691}{656} - 1 = 0,053. \quad (2.27)$$

Eftersom $c = f\lambda$ har vi $f = c/\lambda$, och hastigheten v kan vi lösa ut om vi kvadrerar (2.26), och noterar att $\bar{\lambda} = \lambda_{\text{observerad}}$, $\lambda = \lambda_{\text{standard}}$:

$$\frac{1 - v/c}{1 + v/c} = \left(\frac{\bar{f}}{f}\right)^2 = \left(\frac{\lambda}{\bar{\lambda}}\right)^2 = \left(\frac{656}{691}\right)^2 = 0,90 \quad (2.28)$$

$$1 - \frac{v}{c} = 0,90 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (2.29)$$

$$(0,90 + 1) \frac{v}{c} = (1 - 0,90) \quad (2.30)$$

$$v = \frac{0,10}{1,90} c = 0,053c, \quad (2.31)$$

så galaxen rör sig bort från oss med drygt 5% av ljushastigheten. Det är inte en slump att $v \approx cz$, man kan visa med Taylorutveckling av ovanstående formler att $v \approx cz$ är en bra första approximation. För stora rödskift kommer ytterligare allmänrelativistiska korrekationer in som vi försummar här.

Vi avslutar med ett förtydligande om vad kvadraterna ovan egentligen betyder. Vi sade att $(p^\alpha)^2 = -(p^0)^2 + \mathbf{p}^2$, men vi kan skriva om det som

$$(p^\alpha)^2 = -(p^0)^2 + \mathbf{p}^2 = \sum_{\alpha=0}^3 \sum_{\beta=0}^3 \eta_{\alpha\beta} p^\alpha p^\beta \quad (2.32)$$

med de 16 talen (komponenterna) $\eta_{00} = -1$, $\eta_{01} = 0$, etc varav återigen de flesta är noll. De enda som inte är noll är för $\alpha = \beta$, alltså $\eta_{00} = -1$, $\eta_{11} = +1$, $\eta_{22} = +1$, $\eta_{33} = +1$. Den här symbolen $\eta_{\alpha\beta}$ kallas "metriken". Vi ser att det enda som är särskilt speciellt är metriken tidskomponent $\eta_{00} = -1$ som är negativ. Det är η_{00} som skiljer rumtid från bara rum.

Ett annat sätt att formulera ekvation (2.32) är att introducera en variant av 4-rörelsemängden: p_α med index nere:

$$p_\alpha = \sum_{\beta=0}^3 \eta_{\alpha\beta} p^\beta = (-p^0, p^1, p^2, p^3). \quad (2.33)$$

Med den här extra notationen kan vi slutligen uttrycka 4-rörelsemängskvadraten som

$$(p^\alpha)^2 = \sum_{\alpha=0}^3 p_\alpha p^\alpha \quad (2.34)$$

och nu är minustecknet i $\eta_{00} = -1$ inbakat i p_α istället för i $\eta_{\alpha\beta}$. Ekvationerna (2.32) och (2.34) ger den precisa betydelsen av "kvadraten av p^α ".

Det kan verka lite överdrivet tung notation att ha index uppe eller index nere bara för ett futtigt minustecken i ekvation (2.33). Men Schutz visar att index upp transformerar med (2.11) och index nere transformerar med inversa transformationen (se uppgift). Objekt med index nere kallas *kovarianta* (transformerar åt ena hållet), index uppe kallas *kontravarianta* (transformerar åt andra hållet). Så genom att skriva "en nere, en uppe" som $p_\alpha p^\alpha$ tydliggör vi att det här en kombination av 4-rörelsemängder som inte beror alls på koordinatsystemet. När till och med samtidigt beror på koordinatsystem är det skönt att ha något som är invariant.

Metriken är ett exempel på en *tensor*, ett objekt med flera index. Låter man komponenterna av metriken vara funktioner av koordinaterna kallas den $g_{\alpha\beta}(x^\alpha)$. Det representerar *krökt* rumtid, och det är där allmän relativitetsteori börjar. Men det får vi vänta med till en annan gång.

2.1 Einstein, Newton och Maxwell

Enligt relativitetsteori kan ingen form av signal röra sig fortare än ljuset, $v \leq c$. En viktig princip i modern teoretisk fysik är att olika teorier inte får motsäga varandra där giltighetsområdet borde överlappa, även om de skapades för att beskriva olika fenomen. Så relativitetsteori får helst inte motsäga t.ex. Newtons gravitationslag $F = G_N m_1 m_2 / r^2$. Man kan börja med att göra s.k. tankeexperiment. (Det finns en trevlig bok om hur sådana har använts i hela fysikens historia [12].) Tänk dig en gigantisk "solar flare" (solutbrott) där solen skickar ut massa i rymden. Då borde jordens bana påverkas en aning. Men i gravitationslagen förekommer inget tidsberoende, så jorden skulle ögonblickligen (dvs. efter 0 sekunder) ändra sin bana, trots att ljus tar 8 minuter att komma hit från solen. Det är ett stort principiellt problem för gravitationslagen att den verkar ögonblickligen över hur stora avstånd som helst. Newton visste inte att $v \leq c$, men han insåg att det var något problem med gravitationslagen:

That one body may act upon another at a distance thro' a Vacuum, without the Mediation of any thing else, by and through which their Action and Force may be conveyed from one to another, is to me so great an Absurdity that I believe no Man who has in philosophical Matters a competent Faculty of thinking can ever fall into it.

Isaac Newton, 1692 [11]

Det vill säga, han tyckte det var absurt att det inte finns någon "bärare" (eng. *mediator*) av kraften, men lämnade fritt åt läsaren att själv hitta en lösning på problemet. Lösningen kom 1915 med Einsteins allmänna relativitetsteori för gravitation, och lösningen var att gravitation sprids med *gravitationsvågor*, som rör sig med ljusets hastighet. Hundra år efter det, år 2015, lyckades experimentalfysiker detektera gravitationsvågor från kolliderande svarta hål med en laser-interferometer [13].

Men borde inte Coulombs kraftlag för elektrisk kraft, som ju är snarlik Newtons gravitationslag, också ha liknande problem? Nej, för elektromagnetiska vågor hade redan en egen teori som är relativistisk, Maxwells ekvationer, som kom före Einstein. Faktum är att det delvis var Maxwells ekvationer som ledde Einstein till relativitetsteori, och hans första artikel om speciell relativitetsteori, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* [15] handlar just om relativistisk dynamik i elektromagnetism.

2.2 Från klassisk fältteori till kvantfältteori

Maxwells elektrodynamik och Einstein gravitationsteori är *klassiska fältteorier*, där de grundläggande objekten är fält, som elektriska fältet och gravitationsfältet, och "klassisk" betyder att de kom innan kvantfysik. (För en introduktion till fält, se Strasslers blogg [2].) På kursen hittills har ni pratat om partiklar i icke-relativistisk kvantfysik. Teorin man får om man bakar ihop speciell relativitetsteori med icke-relativistisk kvantfysik kallas *kvantfältteori*.⁶ Kvantfältteori är den klart mest moderna teorin ni har stött på hittills i Inledande modern fysik: den blev ett mer eller mindre komplett ramverk på 1950-talet, men inte förrän på 1970- och 1980-talen blev den "färdig" i versionen vi använder idag. Nu skall vi se hur kvantfältteori används i modern partikelfysik.

3 Partikelfysik: introduktion och fenomenologi

3.1 Sönderfall: från kärnfysik till subnukleär fysik

I Del 1 tittade vi på radioaktiva sönderfall. Alfa-sönderfall är inte särskilt konstigt rent partikelmässigt: en kärna faller i bitar. Gamma-sönderfall är aningens konstigare: en foton skickas ut, men fanns det en foton i systemet förut? (Den frågan hade man kunna fråga redan i atomfysik: hur kan en exciterad atom, som man skulle kunna tro inte har några fotoner i sig, plötsligt skicka ut en foton?) Men betasönderfall är konstigast av dem alla:

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}. \quad (3.1)$$

Visst, neutronen har tillräckligt med viloenergi för att det här skall hända eftersom den är tyngre än protonen, och $E = mc^2$. Men är det inte någon skillnad på de olika partiklarna, får de byta sort hursomhelst?

Det teoretiska ramverket som används i partikelfysik är alltså kvantfältteori (se ovan). I kvantfältteori beskrivs naturen av en "meny" av fält: fotonfältet, elektronfältet, osv. Har man tillräckligt med energi kan man "excitera" ett fält, dvs. skapa små krusningar i det. De här fälten är ganska "tröga": man måste minst ha energin i partikelns vilomassa, ofta väldigt många elektronvolt, för att få till en riktig excitering. Till första approximation kan energin i varje punkt i rumtiden beskrivas som en kvantfysisk harmonisk oscillator (se utdraget ur Bransden, eller Susskind kap.10), med energinivåerna

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega. \quad (3.2)$$

Vi vet att antalet fotoner är inte bevarat från atomfysik: fotoner kan "skapas" och "förintas". Men vi har bevarandelagar som är uppfyllda, t.ex. energins bevarande. Det betyder att det får flyttas över energi från det ena fältet till det andra, och ur partikelsynpunkt "skapas" en foton. Men betraktar man fotonen som en liten våg i ett fält är den här energiförflyttningen inte konstigare än att en sten som släpps på en stilla vattenyta "skapar" vågor i vattnet: energi överförs. Det som är svårt att förstå är våg-partikeldualitet: att fotonen är en partikel ibland, men ibland också en våg, som ringarna på vattnet.

Ur fält-synpunkt är det alltså inget konstigt i sig att olika partiklar kan konvertera fram och tillbaka till varandra. Men vi inser snabbt att de inte kan konvertera hur som helst, t.ex. kan inte en elektron konvertera till bara en foton om elektrisk laddning skall vara bevarad. Det ingår i den här kursen att lära sig lite om reglerna för vad som kan hända i partikelvärlden.

Vi kan sammanfatta en första regel: för att konvertera fram och tillbaka mellan partiklar måste det finnas en *koppling* mellan fälten som partiklarna är exciteringar av, vilket det tydligen gör mellan

⁶Man skulle kunna kalla kvantfältteori *relativistisk kvantmekanik*, men av historiska skäl brukar man inte göra det. Det beror på att det finns ett annat äldre ramverk som på ytan är ganska likt, som redan hade namnet relativistisk kvantmekanik, där man envisas med partiklar och inte fält. Det ramverket är fullt med problem och utgör ingen fundamental sammanhängande teori, så kvantfältteori är den enda fungerande teorin vi har för relativistisk kvantmekanik.

fotonfältet och elektronfältet. (I Matt Strasslers blogg förklarar han "koppling" ur klassisk bemärkelse: fälten A och B anses kopplade om A förekommer i vågekvationen för B , med en term $A \cdot B$.) Att ha tillräckligt med energi i ett visst fält räcker alltså inte för att skapa en excitering i ett annat fält, om de inte kopplar till varandra. Hur starkt de kopplar till varandra kvantifieras av en "kopplingskonstant" som är enhetslös. (Återigen, i Strasslers blogg är kopplingskonstanten mellan fält A och fält B den konstant y som står i produkten $y \cdot A \cdot B$ i vågekvationen.)

För elektromagnetisk kraft bildar man kopplingskonstanten så här. Konstanten i Coulombs lag för elektrisk kraft mellan två elementarladdningar e är $ke^2 = e^2/(4\pi\epsilon_0)$, där k är Coulombs konstant och ϵ_0 är vakuumpemittiviteten (se Physics Handbook). Tänker man efter lite (se uppgifterna) ser man att produkten $\hbar c$ har samma enhet som ke^2 , så vi kan bilda en dimensionslös kombination:

$$\alpha = \frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}. \quad (3.3)$$

Den här kallas *finstrukturkonstanten*, och karakteriserar alltså hur starkt elektroner och fotoner växelverkar med varandra.

Man har sedan infört två till kopplingskonstanter så det blir totalt tre stycken, en för var och en av de tre naturkrafterna vi kommer att prata om här:

$$\alpha \text{ (elektromagnetisk)} \approx 10^{-3}, \quad \alpha_w \text{ (svag kärnkraft)} \approx 10^{-5}, \quad \alpha_s \approx 1 \text{ (stark kärnkraft)}. \quad (3.4)$$

För den fjärde naturkraften, gravitation, är kopplingskonstanten Newtons gravitationskonstant G_N . Det är ett djupt olöst problem i teoretisk fysik att förena gravitation och kvantfysik, och problemet har att göra med att G_N inte är dimensionslös. Två hypoteser för att lösa kvantgravitations-problemet kallas *strängteori* och *loopkvantgravitation*, men ingen har som sagt löst det än.

3.2 Finns partiklar?

De flesta studenter har inget problem att acceptera neutroner, protoner och elektroner, för de finns ju i atomer som finns överallt omkring oss och i cellerna i våra kroppar, och framför allt har man ju lärt sig om dem i skolan. Men redan vid neutrinen kan man börja bli lite nervös. Tusentals neutriner från solen passerar igenom våra kroppar varje sekund, sägs det. Men om man aldrig märker dem, finns de? Men man skulle kunna ha ställt samma fråga om kärnpartiklarna och elektronen. Kan man överhuvudtaget "se" partiklar?

Redan från diskussionen av sveptunnelmikroskop borde du ha blivit bekant med idén att man i modern fysik inte räknar att "se" saker i optisk bemärkelse (t.ex. med ögonen, eller med ett optiskt mikroskop) som särskilt viktigt för att saker "finns". Det är en intressant diskussion i filosofi vad det egentligen betyder att något "finns", och en yrkesfysiker måste sätta sig in i den diskussionen på någon nivå, men ur ett fysikperspektiv är det i alla fall ganska klart att det inte är något särskilt speciellt med den synliga delen av det elektromagnetiska spektrat. Kan vi göra "bilder" av saker med elektromagnetiska vågor av andra våglängder så är de i någon bemärkelse lika berättigade som optiska bilder.⁷ (Det är inte helt självklart, t.ex. kan en mätning med röntgenstrålning av ett känsligt material vara en "förstörande mätning", dvs. ha sönder det man ville ta kort på, men det påverkar inte nämnvärt huruvida något "finns".)

Och när man har gått med på att man kan använda vilken elektromagnetisk strålning som helst, och dessutom lärt sig att elektroner också utgör en slags våg, varför skulle inte bilder tagna med elektroner gälla som att de representerar något "verkligt"? Givetvis skall de det, säger fysikern. För att ta ett konkret exempel: virus är storleksordningen tiotals nanometer. Det hjälper inte att bygga bättre och bättre optiska mikroskop, sådana kan aldrig ta kort på något som är mindre än ljusvåglängden, som virus. Men det vore absurt för medicinsk forskning att inte acceptera att virus "finns".

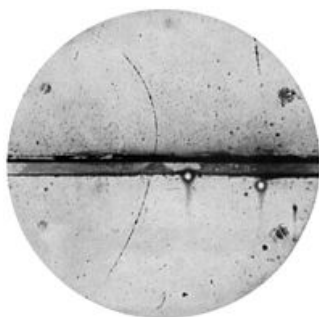
⁷Den enda egentliga begränsningen är att sådana bilder inte har någon naturlig "färg", eftersom färg ju är associerat med det synliga spektrat. Men man brukar t.ex. i astronomi använda "falska färger", dvs. göra kortare våglängder blå och längre våglängder röda relativt varandra, oavsett om det är radiovågor, infrarött eller röntgenstrålning. Hursomhelst skulle de flesta gå med på att ett svartvitt kort inte mindre representerar något som "finns" än ett färgkort.

Partikelfysikens apparater är i operationell mening huvudsakligen stora mikroskop, där man använder *partiklar* för att titta på andra partiklar, lite grand som i ett sveptunnelmikroskop. Med "huvudsakligen" menar jag att man också i själva apparaten också gör det en biolog skulle kalla "preparering", dvs. man måste i apparaten först producera det man skall studera innan man kan studera det, och produktionen sker i en partikelaccelerator, som den vid CERN utanför Genève.

3.3 Partikelfysikens apparater

Man skulle kunna beteckna elektronens upptäckt 1897 av Thomson i Cambridge som den första partikelfysiken, som vi tog upp på Del 1. Thomson skickade vad vi idag skulle kalla en elektronstråle genom magnetiska och elektriska fält. Utifrån banans krökning och Lorentzkraften $F_B = QvB$ på en laddning Q med fart v genom ett magnetfält B fick han en uppskattning av förhållandet e/m_e . Det här kommer vi att se om och om igen i moderna partikeldetektorer.

En annan milstolpe var antimateria: upptäckten av elektronens antipartikel *positronen*, av Anderson vid Caltech utanför Los Angeles, 1932. Dirac med flera hade då alldeles nyligen uppfunnit



FIGUR 2: Andersons första fotografi av antimateria (en positron), med blyplatta i mitten för att tydliggöra riktning [24, 25]. Vilket håll åker positronen åt? Hur pekar magnetfältet?

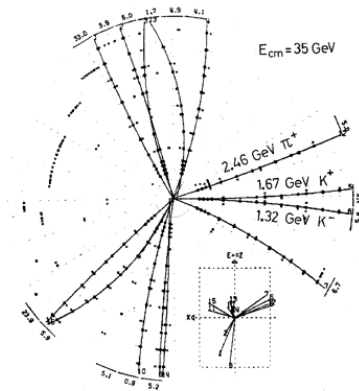
det vi idag kallar kvantfältteori, som förutsade att varje partikel skulle ha en antipartikel med samma massa. I kvantfältteori betraktar man sällan antipartiklarna som "nya partiklar" utan som andra manifestationer av samma fält. Idag kan man hitta anti-elektroner (positroner) på sjukhus i PET (Positron Emission Tomography). Antimateria förekommer naturligt men kortvarigt t.ex. i kosmiska strålar och i åskväder, och i människokroppen produceras några tusen positroner per dag genom sönderfall av kalium-40 [8]. Partikelfysiker blir därför lätt överraskade när allmänheten blir nervös av antimateria, som av Browns bok "Angels and Demons" [9].



FIGUR 3: Gamla apparater: bubbelkammare på Fermilab. Bubbelkammarmarkort från Berkeley Lab. Man ser en foton sönderfalla i elektron-positron-par. En elektron slungas ut från en atom samtidigt, se nedan.

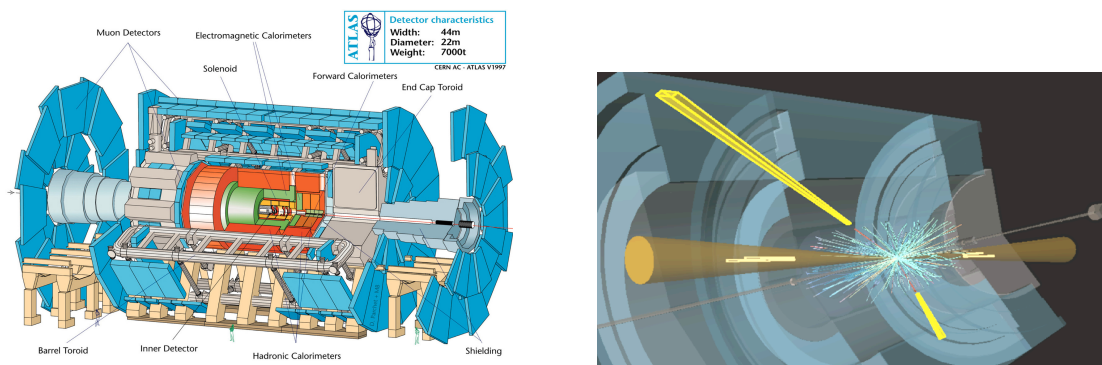
Ett stort framsteg i apparatväg var *bubbelkammare*, som du kanske har hört talas om, som Glaser fick nobelpriset för 1960. Idag är bubbelkammare mest museiföremål, men korten man tog med dem (figur 3) är bra exempel på att "se" partiklar. Här "ser" man inte partiklarna i något egentlig bemärkelse, i synnerhet har tjockleken på strecken i figuren ingenting att göra med partikelns storlek, utan man ser bara bubblor som skapas i kammaren av laddade partiklar. Men det är ändå lockande att

säga att ett visst spår "är" elektronen, ett spår är positronen, osv. Nästa steg i utvecklingen var *trådkammare*, där trådarna är tuber med gas som joniseras av partiklarna och lämnar fria elektroner, som drivs av ett elektriskt fält och förstärks till en elektrisk signal som prickas in där tråden sitter, som du ser i figur 4 — upptäckten av gluonen. De s.k. "kvastarna" (*jets*, riktade skurar av partiklar) uppstår från stark växelverkan, och de tre kvastarna i figuren uppkommer från kvark, antikvark och gluon. Men det går inte att säga vilken som är vilken! Det här har att göra med att kvarkar och gluoner är *fängslade* i större partiklar som protonen och neutronen, mer om detta senare. Man kan alltså ännu mindre "se" kvarkar och gluoner än andra partiklar. Det senaste steget i partikelfysikens utveckling



FIGUR 4: Tidig bild av tre kvastar: kvark-antikvark-gluon i trådkammare på PETRA-experimentet vid DESY i Hamburg, 1978. Man har identifierat mesoner π^+ , K^+ och K^- , se nedan. Ett annat experiment, DORIS, hävdar att de upptäckte gluonen först. [28]

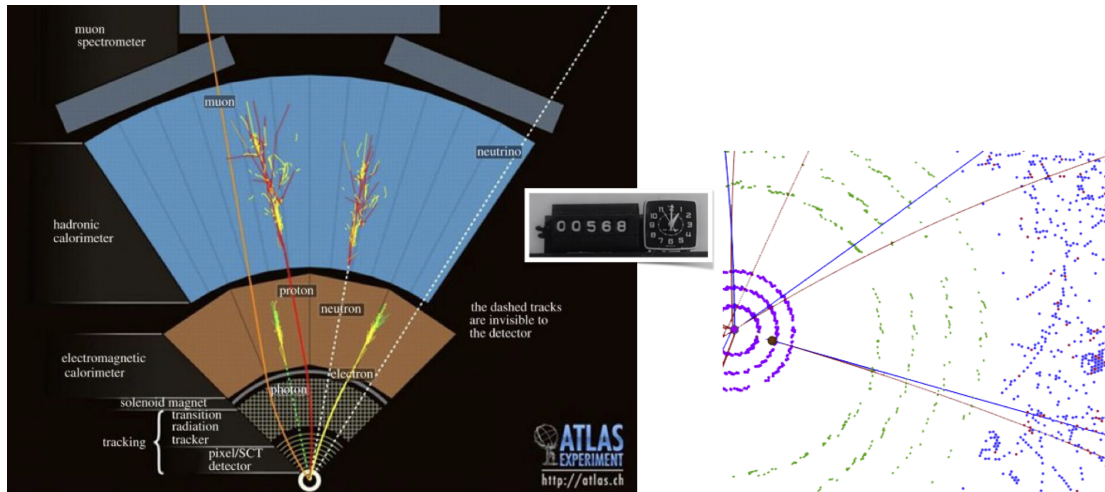
är de gigantiska detektorerna på CERN, t.ex. ATLAS-detektorn (figur 5) som är 22 meter hög. En sådan detektor är uppbyggd av flera olika typer av detektorer som det kan vara värt att kort nämna. En *kalorimeter* bromsar in partiklar och mäter därigenom deras energi, vilket fungerar på de flesta partiklar men är en "förstörande" mätning. En *pixeldetektor* försöker detektera partikeln i varje "cell" eller "pixel" i dektektorn, som består av halvledare (en slags datorchip). TRT-detektorn är som en vidareutvecklad trådkammare. *Myonkammaren* är utanför de andra och ger detektorn en del av sin storlek, men den består mest av magnetfält som man böjer myonerna i, som Thomson böjde elektronbanan. Men myonen är tyngre än elektronen och böjer av mindre, därav de stora myonkamrarna.



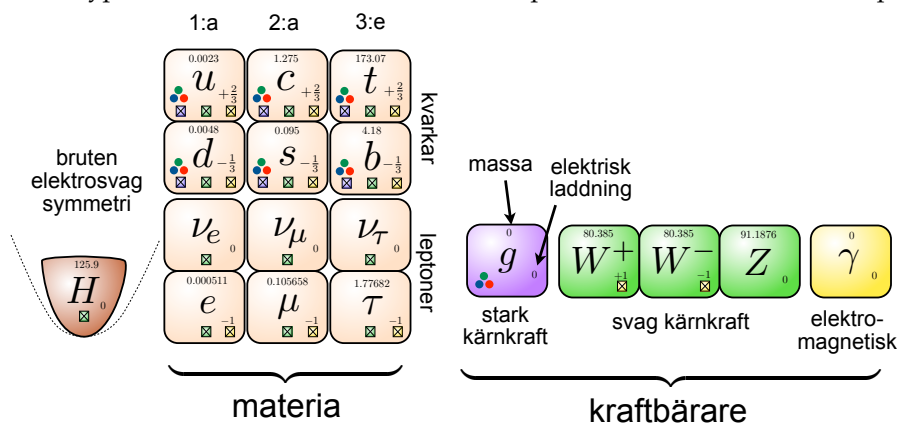
FIGUR 5: Vänster: ATLAS-detektorn på LHC vid CERN. Höger: roterbar 3D-representation av data: $H \rightarrow \gamma + \gamma$. Fotoner är gula!

3.4 Partiklarnas periodiska system

Från den här typen av experiment har man kommit fram till partiklarnas periodiska system, som tillsammans med reglerna för hur de växelverkar brukar kallas *standardmodellen*, se figur 7. Det första man kan notera är att standardmodellen är aningens komplicerad. Å andra sidan är det färre ingredienser än i det vanliga periodiska systemet för grundämnen. Ett av huvuddragen i figuren är det



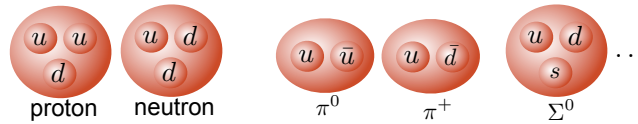
FIGUR 6: Detektoruppbyggnad från sidan, och en konkret mätning tagen 2011-10-16 [33]. Varje partikeltyp behöver lite olika "mätare". Svarta prickerna är foton → elektron + positron.



FIGUR 7: Elementarpartiklarnas periodiska system med 18 partiklar (plus deras antipartiklar). I det tidiga universum var många av partiklarna samma partikel, så det fanns 10.

så kallade *symmetribrottet*, som hände ett kort ögonblick efter Big Bang. Det betyder att universum först var mindre komplicerat, t.ex. var elektronen och neutrineton ν_e *samma partikel*, u och d var samma partikel osv. Fotonen, W och Z var alla fyra samma partikel, som bar elektrisk+svag = *elektrosvag* kraft. Ögonblicket då det var så kallas den elektrosvaga epoken, och slutade runt 10^{-12} s efter Big Bang! Det som orsakar symmetribrottet är Higgsväldet H . När universums temperatur sjunker under en viss (ändå väldigt hög) temperatur ramlar H ned i en "grop" i sin egen potentiella energi och symmetrin mellan t.ex. elektronen och neutrineton bryts. För mer detaljerad beskrivning av det här på populärvetenskaplig nivå, läs gärna Carrolls bok [25]. Att symmetribrott sker när temperatur sjunker är som när ett glas vatten fryser till is: vattnet ser symmetriskt ut, men det bildas isbitar som ser olika ut på olika ställen i glaset, s.k. "domäner". Vi återkommer till symmetribrott på termodynamiken!

Man kan också notera att kärnpartiklarna (proton, neutron) verkar fattas i figur 7. Det är för att de är uppbyggda av kvarkar: $p = uud$ och $n = udd$, se figur 8. Kvarkarna har alltså någon tredjedels elementarladdning vardera: $Q_u = +2/3$, $Q_d = -1/3$. Det finns också många andra liknande partiklar som är uppbyggda av kvarkar, med ett samlingsnamn kallas alla sådana partiklar *hadroner* ("tjock" på grekiska). Det vanligast förekommande exemplet på sådana är pionen π , som är uppbyggd av två kvarkar. Hadroner som är uppbyggda av tre kvarkar kallas *baryoner* ("tung" på grekiska), de som är uppbyggda av två kvarkar, som pionen, kallas *mesoner* ("mellan" på grekiska). Elementarpartiklarna som inte är kvarkar, alltså de tre elektronliknande partiklarna e , μ och τ samt de tre neutrineterna, kallas med ett samlingsnamn *leptoner* ("tunn" på grekiska, fast tau-leptonen är tyngre än protonen.)



FIGUR 8: Sammansatta (inte elementar-)partiklar. Nukleonerna är för det mesta stabila i atomkärnan. Alla andra hadroner är instabila, som mesonerna π^0 och π^+ och baryonen Σ^0 .

Exempel. Protonen är en hadron och en baryon, men inte en meson och särskilt inte (!) en lepton.

Exempel. En exotisk partikel är $\Sigma^0 = uds$. Den är neutral (därför nollan) för att $Q = 2/3 - 1/3 - 1/3 = 0$. Den är hadron och baryon, men inte meson.

För att bygga upp grundämnen i periodiska systemet räcker det med elementarpartiklarna u , d och e . I atomfysik och kärnfysik har vi också stött på ν_e och γ . Nu tillkommer det alltså några partiklar, men för att inte bli överväldigad tar vi ett steg tillbaka innan vi går vidare.

4 Vad mäter man?

I någon tidigare kurs (t.ex. termodynamik del 1) bör du ha stött på ett koncept som är relevant även i partikelfysik: *medelfriväg* (*mean free path*) som betecknas ℓ och är tabellerad i Physics Handbook. Som man hör på namnet är medelfrivägen hur långt en typisk partikel kan röra sig fritt innan den "krockar" med någon annan partikel. Men som vi redan såg då (t.ex. i PhET-appen [Aggregations-tillstånd](#)) så är det sällan riktiga "frontalkrockar", oftast svänger molekyler i en gas bara av lite mot varandra, det kallas spridning (eng. *scattering*). Krafterna mellan elektriskt neutrala molekyler är van-der-Waals-krafter (som motsvarar konstanten a i van der Waals gaslag), men nu är det de fundamentala krafterna som gäller. Det enklaste exemplet är elektrisk kraft $F = kq_1q_2/r^2$, i min video [Bindningsenergi](#) diskuterar jag också stark kärnkraft.⁸ Jag rekommenderar [Kärnfysik från mekanik](#) där jag härleder spridningsvinkeln:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{kZ_1Z_2e^2}{bmv_0^2} \propto \frac{\text{repulsiv lägesenergi (Coulomb) vid } b}{\text{inkommande kinetisk energi}} \quad (4.1)$$

så för små vinklar θ sprids den inkommande partikeln *mindre* om den kommer in *fort* (det är svårare att svänga om du kommer snabbt på cykeln). Vi kan genast ställa några frågor, vad som händer om partiklarna...

1. ... slår in i ett fast ämne, alltså träffar en atom/molekyl i mikroskopiskt gitter och sprids?
2. ... verkligen "krockar" som de tydligen gör i acceleratörer?

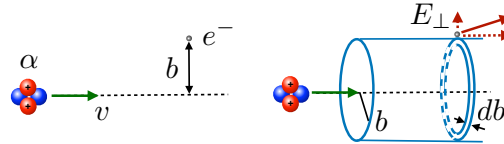
Vi börjar från kärnfysik (t.ex. alfapartiklar) för att närma oss partikelfysik (t.ex. myoner). Följande uträkning följer Fermis bok *Nuclear Physics* [26]⁹. Låt oss ta Rutherford's alfapartikel som är ganska tung och har laddning ze där $z = 2$. (Man har ändå kvar z allmänt för att vi med samma räkning då kan beskriva även andra ganska tunga partiklar, t.ex. myoner och protoner. Man använder litet z för att inte blanda ihop det med atomkärnor i materia partikeln slår in i, som har laddning stort Z .) När en långsam alfapartikel slår in i materia ger den energi till elektroner i atomerna och bromsas in.¹⁰

⁸Som diskuteras i stor detalj på [Wikipediasidan för centralkraftproblemet](#) är det bara vissa speciella potenser $F \propto r^n$ som går att lösa antingen med elementära funktioner eller elliptiska funktioner (som vi går igenom på kursen Matematisk fysik). Här börjar vi med bara inversa kvadraten, $n = -2$, som beskriver elektrisk kraft men alltså utesluter kärnkraft. Krafter $F \propto r^{-2}$ ger samma dynamik som Newtons gravitationslag, så det enklaste sättet att räkna på är att använda klassisk mekanik.

⁹Fermi skriver att det är Bohr som gjorde det här först [32], men det står inget om den uträkningen i den trilogin av artiklar. Bohrs trilogi är ändå rekommenderad läsning av historiska skäl!

¹⁰I en kvantmekanisk uträkning skulle man skilja på när alfapartikeln joniserar atomen, dvs. slår bort elektronen, och om elektronen bara exciteras till ett högre skal, för att sedan skicka ut en foton med karakteristisk energi för det grundämnet. Om man till att börja med bara är intresserad av hur mycket energi alfapartikeln förlorar så behöver man inte inte skilja på de två fallen.

Som man brukar i klassisk mekanik kallar vi närmsta avståndet b (*impact parameter*). Vi tänker oss en cylinder runt banan med radie b och tjocklek db .



Rörelsemängdsändringen hos elektronen får vi från $F = ma = dp/dt$ så $dp = F dt$ (impuls = kraft gånger tidsintervall), där F är elektriska kraften på elektronen, $F = eE$. Utefter banan blir det ingen netto-impuls, eftersom elektriska kraften först accelererar alfapartikelns och sedan bromsar in den lika mycket. Vinkelrätt mot banan ger E_{\perp} från alfapartikelns en nettoimpuls I_{\perp} :

$$I_{\perp} = \int_{\text{cylindern}} eE_{\perp}(t)dt = e \int_{\text{cylindern}} E_{\perp}(x) \frac{dx}{v} \approx \frac{e}{v} \int_{\text{cylindern}} E_{\perp}(x) dx \quad (4.2)$$

Värdet på integralen kan vi få från Gauss lag (i integralform, som är en av Maxwells fyra ekvationer) $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = 4\pi kQ$, där k är Coulombs konstant och Q är laddningen innesluten inom arean A . Vi har $\int_{-\infty}^{\infty} E_{\perp} 2\pi b dx = 4\pi kze$, alltså

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{\perp} dx = \frac{2kze}{b} \quad (4.3)$$

Rörelsemängdsändringen blir $\Delta p_e = (e/v) \cdot 2kze/b = 2kze^2/(bv)$. Om rörelsemängden som elektronen hade i atomen är försumbar jämfört med nya rörelsemängden är $p_e \approx \Delta p_e$ och vi får

$$\frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{p_e^2}{2m_e} = \frac{(2kze^2/(bv))^2}{2m_e} = \frac{2k^2 z^2 e^4}{b^2 v^2 m_e} =: \frac{c_1}{v^2 b^2} \quad (4.4)$$

Om n är antalet elektroner/ m^3 så är det $n \cdot 2\pi b db$ elektroner per meter utefter cylindern. Var och en av elektronerna får energin ovan, så per meter tillförs energin

$$\int_{\text{cyl.}} \frac{c_1}{b^2 v^2} \cdot 2\pi n b db = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{2\pi c_1 n}{v^2} \cdot \frac{db}{b} \quad (4.5)$$

Den energin måste alfapartikelns alltså tappa. Övre gränsen för integralen är $b_{\max} = \gamma v/(I/2)$ där Lorentz-faktorn $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ som tidigare¹¹, och I är en karaktäristisk energi för elektronen i just den sortens atom, den s.k. medexciteringsenergin för det grundämnet. För väte borde I vara ungefär Rydberg-energin. Undre gränsen för integralen är elektronens Compton-våglängd, $b_{\min} = h/(\gamma m_e v)$. Så alfapartikelns energiförlust per meter i x -led ges av Bethes formel

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{2\pi c_1 n}{v^2} \ln \frac{2\gamma^2 m_e v^2}{I} \quad (4.6)$$

Konstanten $2\pi c_1$ i Bethes formel står i (4.4) och är, för alla grundämnen,

$$2\pi c_1 = \frac{4\pi k^2 z^2 e^4}{m_e} = \frac{4\pi \cdot (8,99 \cdot 10^9)^2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^4}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot z^2 = 7,4 \cdot 10^{-25} z^2 \text{ Jm}^3/\text{s}^2 \quad (4.7)$$

(gör dimensionsanalys!) Det enda indikationen vilken sorts atom elektronen sitter i är energin I , som finns tabellerad, eller så tar vi Blochs approximation $I \approx Z \cdot 10 \text{ eV}$. Vi kan testa Bethes formel mot experimentdata för t.ex. alfapartiklar i luft och alfapartiklar i bly, som ges i Physics Handbook, eller protoner mot aluminium som på Wikipedia-sidan (från IAEA [36]) det är en uppgift att fördjupa kärnfysik. Men nu tar vi ett exempel mer i partikelfysik.

¹¹Man kan bli lite orolig att vi borde ha haft med Lorentz-faktorn för p_e även ovan, men se tenta 2018-10-26: rörelsemängdsändringen från elektrisk kraft är invariant. Det är för att elektriska kraften i system med relativ hastighet v ökar med γ och tiden den verkar över minskar med γ eftersom intervall-längden kontraheras ur elektronens system.

Exempel. Hur långt tar sig myonerna (som Frisch och Smith mätte i kosmiska strålar) genom en kopparplatta? Antalet elektroner som myonerna stöter på per kubikmeter koppar är [37]

$$n = \frac{(\text{elektroner/atom}) \cdot (\text{atomer/mol}) \cdot (\text{kg/m}^3)}{\text{kg/mol}} = \frac{ZN_A\rho}{M} \text{ elektroner/m}^3 \quad (4.8)$$

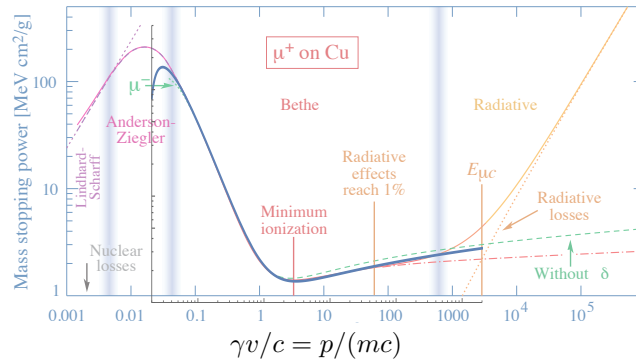
Men kopparplattan värms upp, så densiteten sjunker. Det är praktiskt att dela bort beroendet på ρ :

$$\frac{n}{\rho} = \frac{ZN_A}{M} = \frac{29 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{0,064} = 2,7 \cdot 10^{26} \text{ m}^2/\text{kg} \quad (4.9)$$

Lite ovan enhet, men hav tålmod. Vi får för $z = 1$ och $I = 322 \text{ eV}$ [37] att energiändringen är

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \frac{7,4 \cdot 10^{-25} \cdot 2,7 \cdot 10^{26}}{v^2} \ln \frac{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \gamma^2 v^2}{322 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ J m}^2/\text{kg} = 0,14 \frac{1 + p_m^2}{p_m^2} \ln(3175 p_m^2) \text{ MeV cm}^2/\text{g}$$

där avdimensionaliserade $p_m = p/(mc) = \gamma v/c$, och du får visa i en uppgift nedan att $v^2 = c^2 p_m^2 / (1 + p_m^2)$. Här har jag ritat den kurvan (i blått) på en mätning från Particle Data Group [35], med avdimensionaliserade rörelsemängden p_m på horisontella axeln:



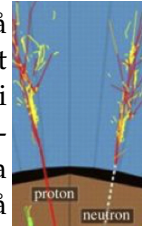
så myonerna är ickerelativistiska för $p_m = \gamma v/c \ll 1$, och relativistiska om $p_m = \gamma v/c \gg 1$. Notera att kurvan är ungefär linjär både till vänster och höger om övergången $p_m = 1$ (som motsvarar $\gamma = \sqrt{2}$). Densiteten hos koppar vid rumstemperatur är knappt 10 g/cm^3 så genom att multiplicera grafen med 10 kan vi grovt läsa av hur många MeV myonerna förlorar: vid $p_m = 1$ är det runt 20 MeV/cm . Vilomassan $m_\mu c^2 = 106 \text{ MeV}$ så vid $p_m = 1$ är $E_\mu = \sqrt{2} \cdot 106 = 150 \text{ MeV}$, dvs. 44 MeV rörelseenergi. Slutsats: myoner som slår in i koppar med rörelsemängd $p = m_\mu c$ tar sig bara några centimeter.

Notera att myonen stoppas olika mycket vid olika energier, så man måste i princip räkna ut en integral av typen $\Delta x = \int_{E_0}^0 dE / (-dE/dx)$ för att få ut räckvidden (*range*) hur långt den kommer. Men man får en första approximation bara från att dela inkommande energi med stoppkraften, $\Delta x \approx E_0 / (-dE/dx)$. Slå upp "Bethe-Bloch formel" i Physics Handbook och se om du måste korrigera: i några upplagor står det felaktigt atomnumret Z^2 istället för det korrekta z^2 , laddningen hos inkommande partikel. (Deras $c_0 = c$ och $\beta = v/c$.)

När energin sjunker i ovanstående exempel ökar stoppkraften. Det ger upphov till den s.k. Bragg-toppen, att mycket energi avges strax innan partikeln stannar. Det är relevant för strålningsbehandling av cancer med protoner, t.ex. Skandionkliniken i Uppsala. Mer energi deponeras i själva tumören än när protonen går igenom kroppen på väg till tumören. Därför kan protonbehandling vara mer skonsamt än vanlig behandling med fotoner.

Det är två anledningar att Bethes formel ovan inte kan användas direkt för elektroner: de har så stort förhållande e/m att strålning inte kan försummas, och dessutom är de två partiklarna som sprids isåfall identiska fermioner. Det tillkommer några termer som ger Bethe-Bloch-formeln [35].

Myonen och elektronen är elementarpartiklar som är stabila under tiden de tar att gå genom detektorn. För partiklar som protonen och neutronen är det lite mer komplicerat att definiera räckvidd (*range*), eftersom de bildar kvastar (*jets*) av andra hadroner, som i bilden till höger ur figur 6 ovan. Man använder deponerade energin (tänk "kalori" = termisk energi, fast det sällan är praktiskt att mäta temperaturändring) hos *alla* hadronerna i kvasten för att rekonstruera energin hos den ursprungliga protonen eller neutronen, så i den bemärkelsen kan man räkna räckvidden till kvastens slut.

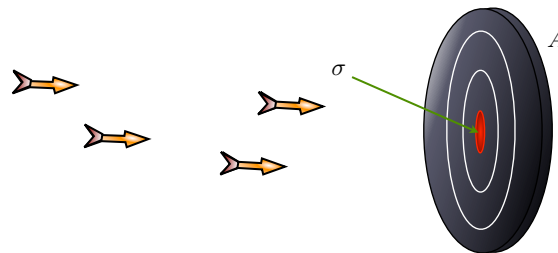


4.1 Tvärsnitt

Här fokuserade vi bara på det grövsta sättet att hålla reda på partiklar: energin. Man kan också mäta spridningsvinkeln i varje enskild stöt, och göra statistiska studier vad vinkeln blir efter många spridningar (s.k. Monte Carlo, se mina anteckningar om medicinsk strålningsfysik). Det är särskilt relevant för lätta partiklar, medan tyngre som alfapartiklar bara hinner med några enstaka spridningar innan de stannar. Som vi pratade om i kärnfysik hade Rutherford tvärsnittsarean som representerar hur ofta det händer att en alfapartikel sprids i en viss vinkel mot guld-atomkärnan:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \left(\frac{kZ_1Z_2e^2}{mv_0^2} \right) \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (4.10)$$

Experimentell partikelfysik handlar mycket om att räkna hur ofta någon viss typ av sönderfall eller växelverkan har inträffat, genom att studera produkterna som blir kvar efteråt. Det krävs lite detektivarbete för det, men låt oss anta för stunden att vi kan räkna processer av en viss typ utan svårighet. För att förstå σ bättre tar vi *liknelsen med piltavlan* [3, sektion 13.2] där centrumarean ("bullseye") har area σ och hela piltavlan har area A . Kastar man pilar slumpmässigt inom arean A är sannolikhet att



FIGUR 9: Pilarna motsvarar protoner i partikelaccelerator-stråle. Visar tvärsnitt σ .

träffa bullseye σ/A . Antalet träffar per sekund är R (*rate* på engelska)

$$R = \frac{\text{träffar}}{\text{sekund}} = \frac{\text{antal som når väggen}}{\text{sekund}} \cdot \frac{\sigma}{A} = \underbrace{\frac{\text{antal som når väggen}}{\text{sekund} \cdot A}}_{\Phi} \cdot \sigma \quad (4.11)$$

där jag har infört *flödet* Φ . Man skall föreställa sig att vi själva kan bestämma Φ i en experimentuppställning: vi kan köpa en piltavla som är visst stor och kasta pilarna visst ofta. Sedan kan vi mäta R och utifrån det räkna ut σ . Man säger sedan att man "mäter σ ", fast det man egentligen mäter är ju R .

Tanken är att partiklar vars fält kopplar starkt till varandra (stor kopplingskonstant) har stort tvärsnitt σ . Så ett sätt att mäta kopplingskonstanten är att mäta σ . Det ser vi redan i Rutherfords formel (4.10) som är proportionell mot e^2 , som är den viktiga storheten i α_{em} : om alla andra konstanter var kända kan vi mäta värdet på α_{em} genom att mäta σ_R . Man kan dela upp tvärsnittet i olika bidrag från olika processer: $\sigma = \sigma_{process 1} + \sigma_{process 2} + \dots$ (På grund av vågpartikeldualitet kan det ibland bli interferens mellan olika processer, så man kan inte alltid bara addera tvärsnitten för olika processer, men det ignorerar vi här. Se gärna gratisboken Feynman Lectures [20], Vol III kap 4 för fördjupning om detta.)

Men redan Rutherford ville alltså inte prata om totalt antal partiklar, utan dela in piltavlan i små tårtbitsformade sektorer med vinkel $d\theta$, och mäta hur många pilar som träffar varje sektor för att

få $d\sigma/d\theta$, det "differentiella spridningstvårsnittet" per radian, då får man totala tvårsnittet som en integral över vinklar, t.ex.

$$\sigma = \int_0^{2\pi} \underbrace{\frac{d\sigma}{d\theta}}_{\text{experiment}} d\theta. \quad (4.12)$$

Det differentiella tvårsnittet $d\sigma/d\theta$ för Rutherford's experiment står i Physics Handbook. Det gäller när man skjuter alfapartiklar mot ett statistiskt mål, en guldfolie. Som vi kommer att se nedan är det i moderna partikelacceleratorer ofta bättre att ha två strålar som man skjuter emot varandra istället för att skjuta mot ett statistiskt mål.

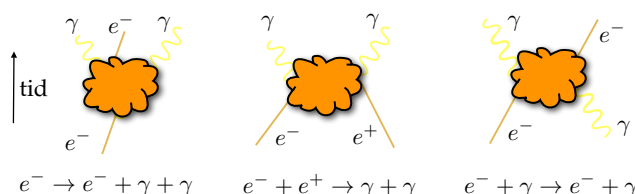
Vi kan nu i efterhand kolla att dimensionsanalys av ekvation (4.11) säger att σ är en area. För de mycket små tvårsnittsareor som är relevanta i partikelfysik använder man bråkdelar av enheten 1 "barn" = 10^{-28}m^2 [14]. Det kan i sig verka som en ytterst liten area, men det är en relativt stor area i partikelvärlden, ungefär tvårsnittsarean av en hel atomkärna av uran. Eftersom en stor atomkärna är ganska lätt att träffa av och det finns talesätt i stil med "det är lätt att träffa en laduvägg" valde man enheten "lada" (*barn* på engelska). Ett vanligt teoretiskt uträknat tvårsnitt i partikelfysik är alltså mycket mindre än en barn, t.ex. en femtobarn, $10^{-15} \text{ barn} = 10^{-43} \text{m}^2$.

Kopplingen mellan medelfriväg ℓ och tvårsnitt står i Physics Handbook: skickar man in partikeln i ett material med densitet ρ och den har spridningstvårsnitt σ att växelverka så är medelfrivägen

$$\ell = \frac{1}{n\sigma}, \quad n = \frac{\rho}{M}. \quad (4.13)$$

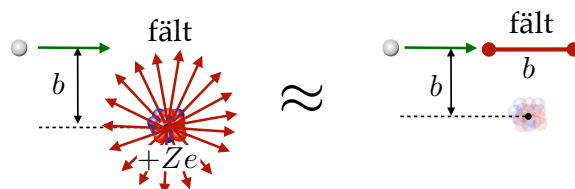
där M är atommassan i kg, så från dimensionanalys ser du att n är *partikeldensiteten*, hur många partiklar man har per kubikmeter i målet, som ofta kan vara ett tungt grundämne (bly, guld, etc.). Enheten för ℓ blir alltså längd, som det bör vara.

Du studerade Compton-spridning i en uppgift i Schutz (se video), där vi räknade ut hur mycket fotoners våglängd påverkas av elektroners rörelsemängd. Men det var bara kinematik, vi räknade inte ut tvårsnittet. Det bästa sättet att göra det är Feynman-diagram, så senare diskuterar vi σ_{Compton} . Vi kommer då att kunna se relationer mellan till synes olika processer som bromsstrålning, parproduktion och Compton-spridning:



4.2 Bromsstrålning

Betrakta en elektron som kommer i närheten av en atomkärna (laddning $+Ze$).



Vi gör approximationen att elektronen fortsätter i approximativt samma riktning (som stämmer vid hög hastighet v), och att fältet bara existerar i ett horisontellt intervall med längd b , markerat i figuren till höger. Intervallet har approximativt konstant fältstyrka $E = kZe/b^2$ (volt/m) i labsystemet \mathcal{O} , och elektronen tar enligt \mathcal{O} tiden $\Delta t = b/v$ att passera genom intervallet.

Övning¹²: Ur elektronens synpunkt $\bar{\mathcal{O}}$, visa med rumtidsdiagram att fält-intervallet har längden $\bar{b} = b/\gamma$ där $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2} > 1$ (längdkontraktion). Visa att i $\bar{\mathcal{O}}$ tar det $\Delta\bar{t} = s/v = b/(\gamma v)$ för elektronen att passera intervallet.

Energidensitet i elektromagnetiskt fält är $(E^2 + (B/c)^2)/(8\pi k)$, så energin per ytenhet i den längd-kontraherade pulsen blir

$$\frac{1}{4\pi k} E^2 \bar{b} = \frac{1}{4\pi k} \left(\frac{kZe}{b^2} \right)^2 \frac{b}{\gamma} = \frac{kZ^2 e^2 \gamma}{4\pi b^3}$$

Ett vågpaket som tar tiden $\Delta\bar{t}$ att passera i $\bar{\mathcal{O}}$ har bredd i frekvensfördelning $\Delta\bar{f} = 1/(\Delta\bar{t}) = \gamma v/b \approx \gamma c/b$ (kring noll).¹³ Energin är $\Delta\bar{v} \cdot$ bredden \cdot energin i fältet, och antal fotoner är det delat med fotonenergin $h\bar{f}$:

$$\Delta\bar{f} \cdot \frac{b}{\gamma c} \cdot \frac{kZ^2 e^2 \gamma}{4\pi b^3} / (h\bar{f}) = \frac{kZ^2 e^2}{4\pi h c b^2} \frac{\Delta\bar{f}}{\bar{f}} = \frac{\alpha Z^2}{8\pi^2 b^2} \cdot \frac{\Delta\bar{f}}{\bar{f}}$$

där $\alpha = ke^2/(\hbar c) \approx 1/137$ är elektromagnetiska kopplingskonstanten (och $\hbar = h/2\pi$). Antalet spridda fotoner är raten R , så det är flödet gånger tvärsnittet σ_{Compton} , och $\Delta\bar{f}/\bar{f} = \Delta f/f$ om frekvenser bara skalas om med en Doppler-faktor. Om vi integrerar över alla avstånd b , dvs. $\int 2\pi b db$ i polära koordinater, får vi

$$\sigma_{\text{Compton}} \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{\alpha Z^2}{8\pi^2 b^2} \cdot \frac{\Delta f}{f} 2\pi b db = \sigma_{\text{Compton}} \frac{Z^2}{4\pi} \alpha \frac{\Delta f}{f} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

Det viktiga är beroendet på frekvensen; konstanterna i logaritmen påverkar inte resultatet mycket och vi behöver bara uppskattningar. Som jag diskuterar mer i sektion 6.4 nedan är för inte alltför höga hastigheter $\sigma_{\text{Compton}} \approx (8\pi/3)r_e^2$ där $r_e = \alpha\lambda_e$ kallas klassiska elektronradien.¹⁴ Mer detaljerade uträkningar av geometrin i fältet ger en ytterligare faktor 6:

$$\text{frekvensdistribution} = \underbrace{4\alpha Z^2 r_e^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}}_{\text{konstant}} \cdot \frac{\Delta f}{f}$$

Maximala frekvensen är $f_{\max} = \gamma mc^2/h$, för ingen foton kan få större energi än elektronen den spredds från, och vi kan integrera över frekvens. Om partikeldensiteten av atomkärnor är n_{atom} så blir elektronens energiförlust till bromsstrålning över ett intervall dx :

$$dE = -dx n_{\text{atom}} 4\alpha Z^2 r_e^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \int hf \frac{df}{f} = -4\alpha n_{\text{atom}} Z^2 r_e^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} E dx =: -\frac{E}{X_0} dx \quad (4.14)$$

där $E = E_{\text{elektron}}$ och vi har definierat **strålningslängden** X_0 från uttrycket framför. I den här approximationen är X_0 konstant, alltså oberoende av energin. Lösningen till differentialekvationen $dE/dx = -E/X_0$ är $E = E_0 e^{-x/X_0}$, det vill säga X_0 är en slags medelfriväg, då inkommande elektronens energi har gått ned till $1/e \approx 1/3$ av energin den kom in med. Det är alltså inte räckvidden (*range*), men det är rimligt att tänka sig att X_0 är merparten av sträckan elektronen tar sig in i materialet.

Exempel. I ett röntgenrör skjuter man elektroner mot grundämnet wolfram ($Z = 74$) för att producera röntgenstrålar. Vi gör som i förra exemplet (stoppa laddade partiklar), och förlänger $n_{\text{atom}} = (n_{\text{atom}}/\rho) \cdot \rho$, där faktorn är:

$$\frac{n_{\text{atom}}}{\rho} = \frac{\text{atomer/mol}}{\text{kg/mol}} = \frac{N_A}{M} = \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ atomer/mol}}{0,183 \text{ kg/mol}} = 3,3 \cdot 10^{24} \text{ atomer/kg} \quad (4.15)$$

¹²Det här var Tenta 2018-10-26 i Inledande modern fysik.

¹³Vi använder bara approximationen $v \approx c$ när v är i en proportionalitet, inte i Lorentz-faktorn γ , då den skulle få γ att divergera.

¹⁴En uppskattning av minimiavståndet borde vara ungefär Compton-våglängden $\lambda_e = h/(m_e c) \approx 2$ pm för elektronen (men med korrekationer från kvantelektrodynamik). En uppskattning av hur långt atomkärnans fält når är ungefär till $a_0/Z^{1/3}$ (*Thomas-Fermi-approximationen*) där $a_0 = \lambda_e/(2\pi\alpha)$ är Bohr-radien. Alltså är $b_{\max}/b_{\min} \approx (\lambda_e/(2\pi\alpha Z^{1/3}))/\lambda_e \approx 137/(2\pi Z^{1/3})$.

(varför är det inget Z här som det var i förra exemplet?) Inversa strålningslängden uttryckt i ρ blir:

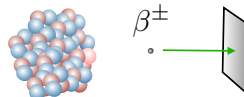
$$X_0^{-1} = \frac{4}{137} \cdot 3,3 \cdot 10^{24} \rho \cdot 74^2 (2,8 \cdot 10^{-15})^2 \ln \frac{183}{74^{1/3}} = 0,016 \rho \text{ m}^{-1}$$

Vi ser att $\rho X_0 = \rho / (0,016 \rho) = 6,4 \text{ g/cm}^2$ är oberoende av ρ , och det är enheten det ofta ges i, t.ex. i Particle Data Guide. Men sätter vi in $\rho = 19300 \text{ kg/m}^3$ får vi det mer lättolkade $X_0 = 1 / (0,016 \cdot 19300) \text{ m} = 3 \text{ mm}$. Så långt tar sig elektroner i wolfram innan de har förlorat en e -del av sin energi till bromsstrålning.

Vi kan göra om uträkningen för olika grundämnen (uppgift!) och göra en liten tabell:

Z	Ämne	$\rho X_0 \text{ (g/cm}^2\text{)}_{\text{exp}}$	$\rho X_0 \text{ (g/cm}^2\text{)}_{\text{teori}}$	$X_0 \text{ (m)}$	kritisk energi
≈ 7	luft	45	38	374 m	92 MeV
15	aluminium	26	24	9 cm	43 MeV
74	wolfram	6,4	6,8	3 mm	8 MeV
82	bly	6,4	5,9	5 mm	7 MeV

Det första vi noterar är att atmosfären (några kilometer luft) skyddar oss ganska väl mot elektroner från rymden med hög energi. Samtidigt ser vi att bilden från kärnfysikvideon med aluminium som stoppar elektroner:



inte kan vara huvudsakligen bromsstrålning: experiment visar att det räcker med någon centimeter aluminium för att skärma av ganska bra, så vid låg energi kommer bromsningen från jonisering (Bethe-Blochs formel), inte bromsstrålning. Inte förrän vid energier som 43 MeV, högre än typiska kärnsönderfalls-elektroner, börjar bromsstrålning spela jämförbar roll för elektroner. Men X_0 ger ändå en grov uppskattning.

En annan kommentar är att strålningslängden mätt i meter är lite större för bly än för wolfram eftersom wolfram har större densitet.

Spalten "kritisk energi" betyder att man jämför ovanstående uträkning med energiförlusten från Bethe-Blochs formel $(d\bar{E}/dx)_{\text{jon}}$ från att jonisera atomerna och definierar en *kritisk energi*, som är då

$$\frac{(d\bar{E}/dx)_{\text{rad}}}{(d\bar{E}/dx)_{\text{jon}}} = Z \frac{\text{energi i MeV}}{800}$$

Vi kan jämföra med Physics Handbook! (Mathematica har också den praktiska inbyggda funktionen `StoppingPowerData` från NIST.) Den här är ett aktiv forskning, en forskare skriver: "As the electron accelerates, part of its surrounding virtual photon field shakes loose". För mer om hur det funkar i partikelfysik, se någon av Torbjörn Sjöstrands [föredrag](#). (Sjöstrand är en av dem bakom PYTHIA, den s.k. lundamodellen.)

Exempel Du vet att neutriner växelverkar svagt, och vi väntar oss att tvärsnittet kanske är någon femtobarn, men det sjunker med energin, och vid så små energier som i betasönderfall (MeV) är det runt en hundradels femtobarn, $\sigma = 10^{-17} \text{ barn} = 10^{-45} \text{ m}^2$. Densiteten hos bly är ungefär 11400 kg/m^3 och en blyatom väger 207 u, så medelrivvägen är

$$\ell = \frac{1}{n\sigma} = \frac{207 \text{ u}}{\rho\sigma} = \frac{207 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{10^{-45} \text{ m}^2 \cdot 11400 \text{ kg/m}^3} = 3 \cdot 10^{16} \text{ m}. \quad (4.16)$$

Det här är ungefär tre ljusår! En neutrino kan passera igenom ett ljusår bly ganska obehindrat.

Så hur kan man stoppa dem överhuvudtaget? För det första var det här ju medel-privägen, alltså någon enstaka neutrino kan råka växelverka med en blyatom tidigare än medelvärdet, så man kan ha väldigt många neutriner och hoppas stoppa någon enstaka av dem. För det andra ökar tvärsnittet med energin. Så högenergineutriner från någon intensiv källa går att detektera, vilket Cowan och Reines var först att göra 1956 (nobelpris 1995), se uppgift.

4.3 Partiklar mot partiklar

I dagens partikelacceleratorer skjuter man alltså två strålar mot varandra, då finns det inget "mål" med någon viss partikeldensitet n . Motsvarande relevanta siffra är istället antalet partiklar i ena strålen *gånge* antalet partiklar i andra strålen, som man då räknar in i flödet Φ .

Exempel. Man kan få en grov uppskattning av tvärsnittet för en viss växelverkan om man vet kraftbärarens massa. Enligt exempel för svaga kärnkraften nedan, med Z som kraftbärare, får man svaga kraftens räckvidd $r \propto 1/m$, som ger $r = 2 \cdot 10^{-18}$ m. En cirkel med radien r ger då tvärsnittsarean:

$$\sigma = \pi r^2 = \pi(2 \cdot 10^{-18} \text{ m})^2 = 1 \cdot 10^{-35} \text{ m}^2 = 10^{-7} \text{ barn} = 100 \text{ nb (nanobarn)}. \quad (4.17)$$

Det här är bara en uppskattning och i själva verket är tvärsnittet för många reaktioner betydligt mindre (de är alltså mer sällsynta), ned till t.ex. femtobarn. Vi ser att $\sigma \propto r^2 \propto 1/m^2$.

Ett mått på hur många partiklar man har lyckats kollidera i ett visst experiment och mäta produkterna från är produkten av flödet Φ ovan (för detaljer, se uppgifterna) och tiden Δt man har haft igång det flödet. Produkten $\Phi \cdot \Delta t$ anges i *inversa femtobarn*, alltså $\text{fb}^{-1} = (10^{-15} \text{ barn})^{-1}$. Det betyder att om man har en växelverkan som har tvärsnitt en femtobarn, vilket tydligen är fallet för en del sällsynta reaktioner som sker via den svaga kärnkraften, så behöver man ungefär en invers femtobarn av kollisioner för att få en sådan "intressant" process, dvs.

$$\text{antal av en viss process} = R \cdot \Delta t = \Phi \sigma_{\text{process}} \cdot \Delta t = (\Phi \Delta t) \cdot \sigma_{\text{process}} \quad (\text{enhet: fb}^{-1} \cdot 1 \text{ fb} = 1). \quad (4.18)$$

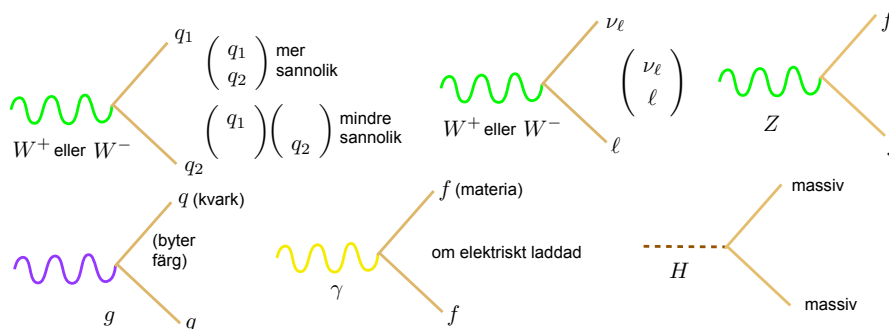
Till exempel lyckades LHC vid CERN få till 23 fb^{-1} kollisioner under 2012. Så även en ytterst sällsynt process med så litet tvärsnitt som $\sigma = 1 \text{ fb}$ bör ha inträffat 23 gånger, plus minus statistisk osäkerhet.

5 Partikelfysik: teoretiska metoder

Efter översikten av experiment med att kollidera och bromsa partiklar skall vi ge oss in på lite av den teoretiska bakgrunden.

5.1 Feynmandiagram

Feynmandiagram är ett konkret sätt att skissa vilka kopplingar som finns mellan de olika fälten som elementarpartiklarna är exciteringar av. Den amerikanske fysikern Feynman var kanske inte den förste som använde den här typen av diagram, men man brukar uppkalla dem efter honom. Diagrammen utgår från s.k. Feynmanregler: man introducerar en slags "legobitar" som bara kan byggas ihop på vissa sätt. Om det inte går att bygga ihop ett visst diagram med de legobitar man har så kan processen inte inträffa, eller inträffar åtminstone väldigt sällan. Det bästa med Feynman-reglerna är

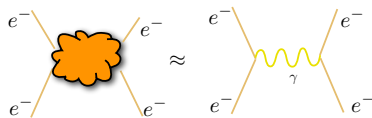


FIGUR 10: Feynmanregler i standardmodellen. Tillkommer växelverkan mellan kraftbärare.

att det medföljer ett recept för hur man konverterar diagrammen till konkreta matematiska uttryck

för kvantfysiska sannolikhetsamplituder (som vågfunktionen $\psi(x)$ ni har pratat om), och kvadraten på dem leder till en teoretisk förutsägelse av tvärsnitt σ för processen. Men för att kunna skriva ned de uttrycken skulle vi måsta gå igenom avancerad kvantmekanik och dessutom analytisk mekanik, så på den här kursen nöjer vi oss med att bara skissa diagrammen.

Man börjar med att rita "in-" och "ut-" partiklar, t.ex. in n , ut $p + e^- + \bar{\nu}_e$ i betasönderfall. Sedan ser man om det finns någon legobit som kan koppla ihop dem. När q eller f står två gånger i en Feynman-regel menas samma, så bara W är aktuell för att byta kvark. Finns det inga legobitar så kan processen till första approximation inte inträffa. I de här exemplen är kraftbäraren inte med



FIGUR 11: Två elektroner repellerar varandra via virtuell "kraftbärare" (moln). Feynmandiagram är i sig bara "skisser" av rumtidsdiagram. Vill man göra ett riktigt rumtidsdiagram skall man som bekant rita fotonen med 45 graders lutning (vänster eller höger!).

bland varken in- eller ut-partiklar utan bara i "mitten" av diagrammet. Det kännetecknar en *virtuell* partikel, dvs. man påträffar den inte direkt. Frågan är, om man skapar en sådan virtuell partikel, hur länge lever den innan den förintas igen? I kvantfysik hade vi $\Delta x \Delta p \geq \hbar$. I rumtiden borde det som gäller för x kunna gälla för t , och det som gäller för p borde kunna gälla för E . Med andra ord,

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \quad ? \quad (5.1)$$

Den här relationen är svårare att tolka än den vanliga obestämdhetsrelationen för x och p , men den ger ett sätt att uppskatta livslängden hos partiklar utifrån mätning av obestämdheten i deras energi. Till exempel Z -partikeln har massa 91,2 GeV, så partikeln som skickar ut en Z -partikel har uppskattningsvis den osäkerheten. Partiklarna W^+ och W^- har liknande massa som Z .

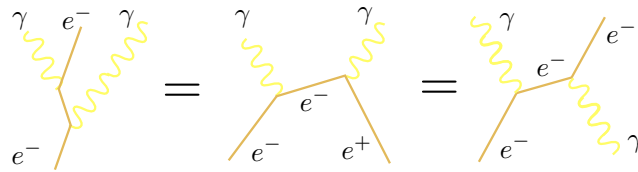
Exempel. Uppskatta räckvidden för den svaga kärnkraften om kraftbäraren antas vara Z -partikeln. En partikel som rör sig med ungefär ljusets hastighet tar sig ungefär $r = c\Delta t$. Enligt $\Delta E \Delta t = \hbar$ så är livslängden hos en virtuell Z -partikel approximativt $\Delta t = \hbar/\Delta E$ där $\Delta E = m_Z c^2$. Kraftbäraren Z tar sig då ett avstånd

$$r = \frac{\hbar c}{m_Z c^2} = \frac{1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{91,2 \cdot 10^9 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 2 \cdot 10^{-18} \text{ m} = 2 \text{ am (attometer)} \quad (5.2)$$

och bortom det får den svårt att "överleva" och förmedla kraften. Det här avståndet är alltså en uppskattning av den svaga kärnkraftens räckvidd, $r \propto 1/m$. Den svaga kärnkraften sträcker sig inte utanför atomkärnan, som är storleksordningen en femtometer. Svag kärnkraft är subnukleär fysik.

6 Feynmandiagram som överbryggande idé

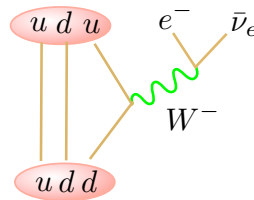
Jag tror på pedagogik-tanken *fenomenen först*, så ovanstående var en sammanfattning av fenomen som Compton-spridning, stoppande av joniserande strålning i materia, parproduktion och bromsstrålning, och mätbara storheter som tvärsnittet σ . I de exemplen har vi stött på det som kan verka som två komplikationer: *kvantfysik* (atombanor, ljuspartiklar) verkar spela in, och *speciell relativitetsteori* verkar viktigt (elektroner i röntgenrör kan ha hastighet nära ljuset). Feynmandiagram är en beräkningsmetod för att överbrygga de här fenomenen och ramverken: man ritar diagram som representerar kvantmekaniska spridningsamplituder, och räknar ut spridningstvårsnitt i (möjligen) relativistiska partikelkollisioner.



Kan du se att du kan få dem från varandra genom att "dra" i olika linjer, om de var som gummiband? När man väl har insett det kan vi relatera dem till varandra. Jag väljer Compton-spridning som grundexemplet, så vi kan använda uträkningarna från ovan.

6.1 Teorin för betasönderfall

Man skulle kunna tänka sig ett Feynmandiagram för betasönderfall som *direkt* involverar partiklarna i sönderfallen, dvs. neutron, proton, elektron och antineutrino, utan kraftbärare. Det var grunden till Fermis teori för betasönderfall [26]. Tyvärr hade den teorin problem, och sönderfallet förmedlas istället av W -partikeln, se figur 12. Enligt ovan är neutronen och protonen inte elementära, utan uppbyggda av kvarkarna udd och uud , så sönderfallet på elementarpartikelnivå är $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$.

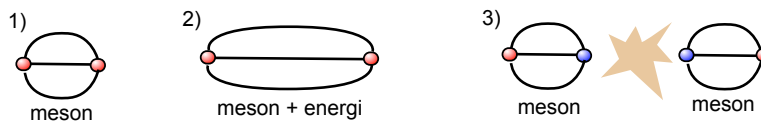


FIGUR 12: Feynmandiagram för betasönderfall. Övergången (u_d) är mer sannolik än (u_s).

Teoretiska fysiker förutsade W :s existens på 60- och 70-talet. W -partikeln upptäcktes till slut vid CERN 1983 [31], så att den nu är en viktig del av partiklarnas periodiska system.

6.2 Fängsling och mer om Feynmandiagram

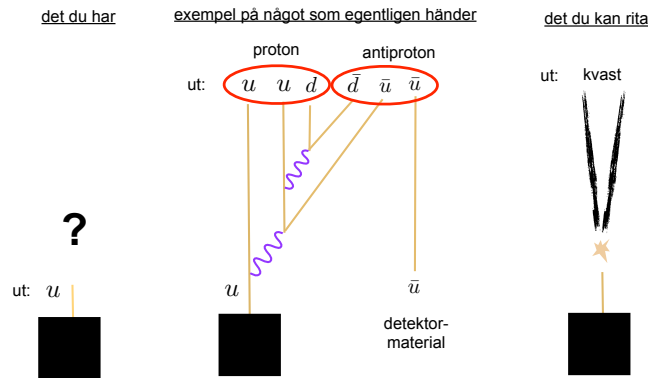
Stark växelverkan observerar man via kvastarna som i figur 4. Varför är kvarkarna och gluonerna fängslade i protonen och neutronen? Ingen vet, det är ett av de olösta problemen i fysik, men det finns en del bra idéer. Det man vet är att det har att göra med att kvarkarna har "färgladdning", den laddning som bärs av gluonerna. Den är inte bara plus eller minus utan "röd", "grön" eller "blå"! Namnen har inget att göra med optiska färger, det är bara för att komma ihåg att $R+G+B$ blir vit (färglös). Så hadroner är *färglösa*. Vad händer då om man försöker dra ut en röd kvark ur en proton, eller vad som kanske är enklare, ur en meson, som bara har två kvarkar? I figur 13 illustreras vad som händer om man försöker slita itu en meson: det bildas ett nytt kvark-antikvark-par mellan dem och plötsligt har man två mesoner. Fängsling spelar roll för våra Feynmandiagram: om vi vill



FIGUR 13: Fängsling av färgladdning: istället för fria kvarkar bildas nya hadroner.

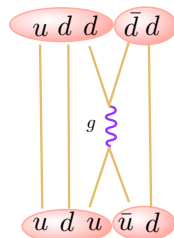
vara tydliga med vad som går att observera skall vi rita *färglösa* tillstånd "in" och "ut". Man skall betrakta hadroner som att de "innehåller" gluoner, vilket i sin tur betyder att nya kvark-antikvark-par kan bildas inne i hadronen från de gluonerna. Det kan vara svårt att hålla reda på allt här, så vi sammanfattar allt i en regel som vi använder på den här kursen: figur 14.

Nu ett exempel:



FIGUR 14: Du har ritat ett Feynmandiagram (svart låda) och fick en ensam kvark som utpartikel. Det sker hadronisering som t.ex. i mitten. Skissa istället vad man ser i detektorn, en kvast av hadroner (som inte har laddning $+2/3$ utan heltalsladdning!). Jfr. figur 4.

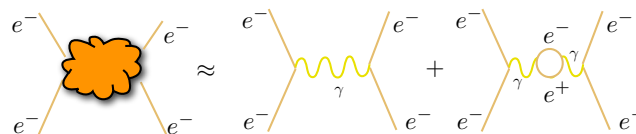
Exempel. Rita diagram för processen $p + \pi^- \rightarrow n + \pi^0$. Enligt ovan består protonen av uud , neutronen av udd och $\pi^- = d\bar{u}$. Den neutrala pionen π^0 kan vara $d\bar{d}$ eller $u\bar{u}$ och vi väljer en av dem, t.ex. $\pi^0 = d\bar{d}$.



Om det finns en stark växelverkan är den som namnet säger starkast (störst tvärsnitt σ , störst kopplingskonstant α), dvs. många sönderfall per sekund. Det leder till väldigt kort livslängd för partiklar som sönderfaller via stark kärnkraft. (Fundera: hur ser $p + \pi^- \rightarrow n + \pi^0$ ut i en detektor?)

Exempel. $e^- + p \rightarrow n + \nu_e$ kallas elektroninfångning. Feynmandiagrammet på kvarknivå för den här processen är bara en rotering av det för betasönderfall. Vilken partikel utbyts?

Till sist, teoretiskt uträknade tvärsnitt får s.k. kvantkorrektioner från att virtuella partiklar kan skapas eller förintas flera gånger utan att detekteras, som i figur 15. Det skall vi inte gå in på här, men det är där forskningsfronten ligger.



FIGUR 15: Konstiga saker som kan hända i kvantfysik: "loop-diagram" (jfr. fig. 11)

6.3 Sammanfattning: bevaringslagar

Förutom energi, rörelsemängd och rörelsemängdsmoment kan du redan en bevaringslag: elektrisk laddning. En process som $e^- \rightarrow \nu$ kan inte inträffa eftersom elektrisk laddning Q är bevarad.

De Feynmanregler vi har diskuterat bevarar dessutom automatiskt flera andra "generaliserade laddningar" i tabell 1. Det är alltså storheter som fungerar lite grand som elektrisk laddning men inte är elektrisk laddning. Man behöver inte plugga in dem, de är inbyggda i Feynmanreglerna!

Man ser t.ex. från Feynmanreglerna som involverar kvarkar varför särhet inte är *exakt* bevarat: de starka och elektromagnetiska krafterna "respekterar" bevaring av särhet, men svaga krafterna gör inte

storhet	formel	vad?	hur?
kvarktal	$N_q = n_q - n_{\bar{q}}$	1 för varje kvark och -1 för varje antikvark	exakt
baryontal	$B = N_q/3$	$1/3$ för varje kvark och $-1/3$ för varje antikvark	exakt
leptontal	$L = n_\ell - n_{\bar{\ell}}$	1 för varje lepton och -1 för varje antilepton	exakt
starkt isospinn	$I_3 = \frac{1}{2}(n_u - n_d)$	$+\frac{1}{2}$ för "övre" i t.ex. ($\begin{smallmatrix} u \\ d \end{smallmatrix}$), $-\frac{1}{2}$ för "nedre".	appr.
svagt isospinn	$T_3 = \frac{1}{2}(n_u - n_d)$ $-\frac{1}{2}(n_{\bar{u}} - n_{\bar{d}})$	som ovan för kvarkar, men tvärtom	appr.
hyperladdning	$Y = 2(Q - T_3)$	Bevarade kombinationen före symmetribrott	appr.
"särhet", osv.	$S = -(n_s - n_{\bar{s}})$	-1 för varje s -kvark, $+1$ för varje s -antikvark	appr.
elektrontal, osv.	$L_e = n_{e,\nu_e} - n_{\bar{e},\bar{\nu}_e}$	1 för varje e^- eller ν_e , -1 för deras antipartiklar	appr.

TABELL 1: Några exakt och approximativt bevarade storheter i partikelfysik.

det. Sönderfallshastighet beror på tvärsnitt, som beror på kopplingskonstanten. Sönderfall som inte respekterar särhetsbevaring sker alltså via svag kärnkraft, inte stark eller elektromagnetisk, och därför långsammare — lägre tvärsnitt σ — än sönderfall som kan ske via gluoner eller fotoner.

Som exempel: laddningens bevarande låter inte π^- sönderfalla till fotoner utan bara via svag växelverkan, men π^0 kan sönderfalla till fotoner så den är betydligt mer kortlivad (se Physics Handbook).

Exempel. Betasönderfall: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ (6.1)

$$L_e : 0 = 0 + 1 - 1 \quad (6.2)$$

$$N_q : 3 = 3 + 0 + 0 \quad (6.3)$$

$$B : 1 = 1 + 0 + 0 \quad (6.4)$$

bevarar leptontalen L_e , L_μ för varje generation separat, därmed också totala leptontalet L . Sker via svag växelverkan eftersom neutriner inte kopplar till γ och g .

Exempel. Sönderfall av myon till elektron och foton:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \gamma \quad (6.5)$$

$$L_e : 0 \neq 1 + 0 \quad (6.6)$$

$$L_\mu : 1 \neq 0 + 0 \quad (6.7)$$

$$L : 1 = 1 + 0 \quad (6.8)$$

bevarar inte leptontalen L_e , L_μ för varje generation separat. (Däremot bevarar den summan $L_e + L_\mu$ men det räcker inte.) Vi skulle på den här kursen betrakta det som att den inte kan ske. Men se nedan.

Bevaringslagarna kan verka lite trassliga, men jämfört med de enorma datamängderna på Particle Data Groups webbplats pdg.lbl.gov är det relativt få bevaringslagar, så de utgör ett kompakt sätt att sammanfatta experimentdata om vad som kan hända i partikelvärlden. (Feynmanreglerna är i sin tur ett effektivt sätt att "förklara" bevaringslagarna teoretiskt.) Ett sista exempel som är relevant för vår existens: $m_p c^2 = 938$ MeV, mycket mer än $m_\pi c^2 =$ drygt 130 MeV, så varför sönderfaller inte protonen till några mesoner? Kvarktalet (baryontalet) skulle inte gå att bevara, mesoner har kvarktal noll. Fler exempel kommer i uppgifterna.

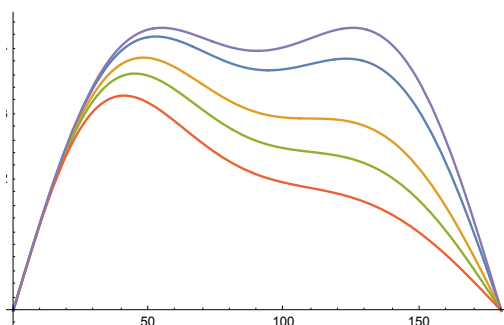
6.4 Spridningstvårsnitt σ från Feynmandiagram

I videon "Kärnfysik från mekanik" om Rutherford-experimentet såg du att man tänker dig spridning in i en detektor som tar upp en viss bråkdel av alla möjliga spridningsvinklar, det s.k. rymdvinkelintervallet $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ (i steradianer, som bara betyder "kvadratradianer", jfr. kvadratmeter).

Sinus-faktorn $\sin \theta$ säger bara att i sfäriska koordinater har detektorer mellan givna vinklar (θ, ϕ) mindre area nära rakt upp (jfr. en karta över jorden: ett rutnät i longitud och latitud ger mindre rutor nära nordpolen $\theta = 0$). Ett annat sätt att säga samma sak är att integrera över ϕ som ger 2π och ge formler för $d\sigma/d(\cos \theta)$. Så står det i partikelfysik-böcker. Här är [Klein och Nishinas](#) från 1929, som härleds t.ex. i kvantfältteoriboken Peskin & Schroeder:

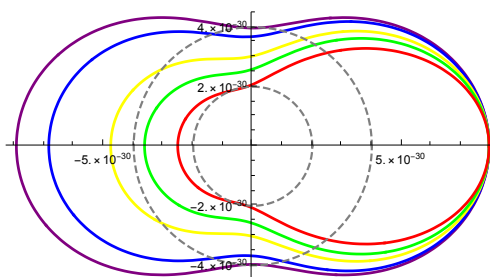
$$\frac{d\sigma_{\text{KN}}}{d\Omega} = \frac{1}{2} \alpha^2 \lambda_e^2 P^2 (P + P^{-1} - \sin^2 \theta) \quad (6.9)$$

där $P = 1/(1 + e_\gamma(1 - \cos \theta))$ är förhållandet mellan fotonvåglängd efter och före, och $e_\gamma = E_\gamma/(m_e c^2)$. Nedan en plott av $d\sigma_{\text{KN}}/d\Omega$ för fyra olika energier (se senare sektioner) från min Mathematica-fil *jam-for_Thomson_KleinNishina.nb*, där den i lila är Thomson-spridning (klassisk elektromagnetism: spridning av elektromagnetisk våg från elektron som dipolantenn):



Det här är för 20, 80, 140 och 250 keV. Den viktiga parametern i (6.9) är tydligen förhållandet $e_\gamma = E_\gamma/(m_e c^2)$ mellan inkommande fotonenergi E_γ och elektronens viloeffekt. När vi drar på mer spänning i röntgenröret och det dimensionslösa förhållandet e_γ börjar närma sig 1 (som vore fotonenergi 511 keV) är Thomson-spridning, som inte tar hänsyn till kvantfysik eller relativitetsteori, en dålig approximation. Som ju gör det mer intressant! Klein-Nishinas uträknade formel för $d\sigma/d\theta$ tar hänsyn till både kvantfysik och relativitetsteori. En sak den däremot inte tar hänsyn till är om elektronen inte är fri utan bunden i en atom, som den i många experiment faktiskt är (jämför diskussionen av Bethes formel). Korrektionen man får från bindning är som tur är ganska liten, det diskuterar jag i texten om medicinsk strålningsfysik, där det förstås är relevant: folk består ju inte av fria elektroner.¹⁵

Man kan också göra en polär graf som visar i vinkelriktning hur mycket som sprids:



Thomson ger tydligen ungefär $\sigma = 8 \cdot 10^{-30} \text{ m}^2$ per **steradian**-intervall både rakt fram och rakt bakåt, och halva det vid 90 grader. Det motsvarar tvärsnittsarean $\sigma = r_e^2$ för den s.k. **klassiska elektronradien**, som är $r_e = \alpha \lambda_e = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, där $\alpha \approx 1/137$ är finstrukturkonstanten och λ_e är elektronens Compton-våglängd. Notera att r_e är mycket mindre än radien av en atom¹⁶, närmare radien av en atomkärna runt en femtometer. Radien r_e har heller inget direkt att göra mer radien hos något fysiskt

¹⁵Den tar heller inte hänsyn till bromsstrålning eller parproduktion, och därför var det i början oklart om den stämmer med experiment alls över ca 2 MeV [?]. Nu när både bromsstrålning och parproduktion kan beräknas i kvantfältteori stämmer det bra.

¹⁶Det är heller inte egentligen en radie av en cirkel, utan arean av en kvadrat r_e^2 ! Det finns helt enkelt ingen skarp gräns då växelverkan slår av, så man skulle kunna säga exakt var det är, utan man väljer något praktiskt mått.

objekt alls: uttrycket $r_e = \alpha \lambda_e$ gör det tydligt att den är en elektromagnetisk storhet, dvs. om vi skulle slå av elektromagnetism, $\alpha = 0$, skulle tvärsnittet $\sigma \propto r_e^2$ bli noll. Egentligen är den också en kvantmekanisk effekt (partiklar har våglängd λ_e), fast det för låg energi går att beskriva med klassiska vågor, som Thomson gjorde.

6.5 Framtiden

Matt Strassler ([6] 2015-04-15) diskuterar utsikterna att detektera mörk materia vid LHC.

En stor upptäckt i partikelfysik de senaste årtiondena var *neutrinooscillationer* (nobelpris 2002 och 2015) att neutriner från solen kan byta generation. Det bryter alltså bevarandet av leptontal i varje generation för sig, men bevarar totala leptontalet. Reaktionen $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$, som skulle kunna ske via ett loopdiagram (som i fig. 15 med W) men bara en gång på 10^{13} , har ännu inte observerats. Ett nytt experiment enbart för detta, MEG-II (Mu to E Gamma), skall starta i Schweiz, kanske i år?

Nya teorier arbetar ofta med s.k. *storförening* (eng. *grand unification*), att den elektrosvaga kraften i det ännu tidigare universum skulle förenas till "elektrosvagstark" kraft, och i bästa fall kan alla partiklarna i standardmodellen tillsammans utgöra en enda partikel (!) som påverkas av den kraften. En typisk förutsägelse från sådana teorier är att baryontal via nya Feynmanregler inte är exakt bevarat, så att protonen kan sönderfalla $p^+ \rightarrow e^+ + \pi^0$, vilket skulle hända sällan och som ingen hittills uppmätt. Det kan förstås vara så att storförening helt enkelt är fel idé. Men efter att elektricitet och magnetism förenats i elektromagnetism av Maxwell och elektromagnetism och svag kärnkraft sedan förenats i elektrosvag teori på 60-talet verkar det naturligt att ställa frågan om inte alla naturens krafter kanske fungerar på det sättet. Men frågan om kvantgravitation skulle ändå kvarstå.

En annan typ av ny teori är *supersymmetri*, där kraftbärare och materiapartiklar kan vara samma partikel. Det är en fascinerande teori som löser flera teoretiska problem med standardmodellen (t.ex. det s.k. *hierarkiproblemet*, att Higgspartikelns massa får kvantkorrektioner som borde göra den mycket större än vad den är). Men man har inte hittat några av de nya partiklar som teorin förutsäger – ännu?

7 Resurser och vidareläsning

7.1 Speciell relativitetsteori

- Gratiskurs på World Science U med Brian Greene: worldscienceu.com/courses/special-relativity-world-science-u
- En bra visualisering av vagn med ljusblixtar: www.youtube.com/watch?v=C2VMO7pcWhg
- "A Slower Speed of Light", spel från MIT: gamelab.mit.edu/games/a-slower-speed-of-light/
- "Time Dilation - An Experiment With Mu-Mesons", www.scivee.tv/node/2415. (Polaroidkamera!)
- "The Ultimate Speed - An Exploration with High Energy Electrons, [Jefferson Lab YouTube](http://JeffersonLabYouTube.com).
- Resa med nästan ljusets hastighet från universitetet i Hildesheim, Tyskland spacetime.travel.org/tuebingen/tuebingen.html
- ... och givetvis Lennys föreläsningar på Stanford: [Playlist](#)

7.2 Partikelfysik

- Bromsstrålning beskrivs t.ex. i Fermis bok *Nuclear Physics* [26] eller Rybicki-Lightmans bok om astrofysik [34] (astrofysik-böcker är bra om man vill veta något relativistiskt!).
- Matt Strasslers föredrag "The Quest for the Higgs Boson": youtube.com/watch?v=ZtaVs-4x6Qc
- Cowan berättar om detektion av neutriner från atombomber och kärnreaktorer: www.youtube.com/watch?v=AYqEtm0X2Sc
- Lite historia och förklaring om Feynmandiagram av Kaiser på MIT [29]
- Användare av Feynmandiagram nr 3 var Marcus handledare Cécile Morette: www.webofstories.com/play/freeman.dyson/77

- Artikel i Quanta med animering av gluon och kvarkar: [What goes on in a proton?](#)

Referenser

- [1] B. Schutz, "A first course in general relativity" (2012), Cambridge.
- [2] Matt Strasslers blogg profmattstrassler.com, särskilt profmattstrassler.com/articles-and-posts/particle-physics-basics/fields-and-their-particles-with-math
- [3] Rolnick, "The Fundamental Particles and Their Interactions" (1994), Addison-Wesley.
- [4] Frisch, D. H.; Smith, J. H. (1963). Measurement of the Relativistic Time Dilation Using μ -Mesons". American Journal of Physics 31 (5): 342–355.
- [5] C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, D. J. Wineland, "Optical Clocks and Relativity", Science 329 (5999): 1630-1633.
- [6] Matt Strasslers blogg: [Searching for dark-matter at the LHC](#)
- [7] B. Schutz, "Solutions'", se Canvas. (Finns nu även "officiell" lösningsmanual av R.B. Scott.)
- [8] Wikipedia, "[Positron](#)"
- [9] Webbida på CERN om filmen Angels & Demons: angelsanddemons.web.cern.ch
- [10] M.Peskin, "Dark Matter and Particle Physics" (2007), arxiv.org/abs/0707.1536
- [11] Wikipedia, "[Action at a distance](#)"
- [12] S. Holst, "Tankar som ändrar allt: om tankeexperiment och nya världsbilder" (2012), Fri tanke förlag.
- [13] Wikipedia, "[Gravitational-wave astronomy](#)"
- [14] Wikipedia, "[Barn \(unit\)](#)"
- [15] Wikipedia, "[Annus Mirabilis papers](#)"
- [16] L. Hau, "Quantum optics: Slowing single photons", Nature Photonics 5, 197–198 (2011).
- [17] D. Giovannini et al, "Spatially structured photons that travel in free space slower than the speed of light" (2015) Science 347 nr. 6224, s. 857-860
- [18] Wikipedia, "[Faster-than-light neutrino anomaly](#)"
- [19] CERN, [Higgs Working Group](#)
- [20] Feynman Lectures, www.feynmanlectures.info
- [21] S. Holst, "Rumtid - en introduktion till Einsteins relativitetsteori" (2006), Studentlitteratur.
- [22] Wikipedia, "[Fine structure](#)"
- [23] M. Peskin, D. Schroeder, "An Introduction To Quantum Field Theory" (1995).
- [24] C. D. Anderson, "The Positive Electron" (1933). Physical Review 43 (6): 491–494.
- [25] S. Carroll, "The Particle at the End of the Universe: How the Hunt for the Higgs Boson Leads Us to the Edge of a New World" (2012), Plume.
- [26] Wikipedia, "[Fermi's interaction](#)"
- [27] Wikipedia, "[Pion](#)"
- [28] Wikipedia, "[Gluon](#)"
- [29] D.Kaiser, "Physics and Feynman's Diagrams" (2005), American Scientist Vol. 93, s. 156.
- [30] CERN:s webbplats: [Legacy of the Bubble Chamber](#)
- [31] C. Rubbia, "Experimental Observation of the Intermediate Vector Bosons W and Z " (1984), nobelprize.org/prizes/physics/1984/rubbia/lecture
- [32] N. Bohr, "On the Constitution of Atoms and Molecules" (1913), [Phil.Mag. 26](#). Finns på [NBI:s sida](#).
- [33] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], "Performance of the ATLAS Transition Radiation Tracker in Run 1 of the LHC: tracker properties," [JINST 12 \(2017\) no.05](#), [arXiv:1702.06473 [hep-ex]].
- [34] G.B. Rybicki, A.P. Lightman, "Radiative Processes in Astrophysics" (1979), Wiley.
- [35] Particle Data Group, "Passage of particles through matter", pdg.lbl.gov
- [36] IAEA Nuclear Data Services, Stopping Power of Matter for Ions, www-nds.iaea.org/stopping.
- [37] PDG, Atomic and Nuclear Properties, pdg.lbl.gov/2018/AtomicNuclearProperties/
- [38] M.Schwartz, "Quantum Field Theory and the Standard Model" (2015), Cambridge. [Webbida](#).

8 Uppgifter

1. Bevisa att $(\Delta r)^2$ är invariant under rotation med vinkel θ . (Läs kap. 2 och titta på introvideon.)
2. Bevisa att $(\Delta s)^2$ är invariant under boost (translation med hastighet v) i x -riktning.
3. a) Vad skall hastigheten vara hos en 30-cm-linjal för att den skall se ut som 15 cm? b) Slå upp längdkontraktion i Physics Handbook, där $x' = \bar{x}$. Formeln ser "tvärtom" ut hur jag fick det i videon, varför det?
4. Prova att börja med en hastighet $v_A = c/2$ och addera hastigheten $v_B = c/2$ upprepade gånger enligt hastighetsadditionsformeln (2.9). Kan du komma upp i ljushastigheten?

Uppgifter i Schutz (för lösningsskisser, se Schutz webbplats [7])	
S1.2	naturliga enheter
S1.3	rumtidsdiagram
S1.5	rumtidsdiagram
S1.13	halveringstid för pion
S1.17	stången och ladan (utdelat material från Holst bok)
S1.18	rapiditet ($v/c = \tanh u = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$), "Equation 1.13" = min ekv. (2.9)
S1.19	boost uttryckt i rapiditet. Kan du nu addera $c/2$ t.ex. 10 gånger?
S2.12	fyrvektorer i olika system
S2.22	kinematik i partikelkollision
S2.24	tre-partikel-särskild kinematik
S2.32	Compton-spridning (inte med i utdraget, se video)

5. a) Skriv upp alla $\Lambda^{\bar{\alpha}}_{\beta}$ i ekvation (2.10) i en 4-gångar-4-tabell (matris).
b) Lös ut x och t som funktion av \bar{x}, \bar{t} , det kallas den "inversa" transformationen, dvs. $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t}) \rightarrow (x, y, z, t)$ går baklänges jämfört med $(x, y, z, t) \rightarrow (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t})$ i ekvation (2.4). Tolka ekvationerna.
6. Överkurs. (Går att göra utan att kunna något om matrisalgebra, men hjälper om man kan något.) Skriv upp matrisen för den inversa transformationen i förra uppgiften (betecknas $\Lambda^{\beta}_{\bar{\delta}}$), och visa att "matrisprodukten" $\sum_{\beta=0}^3 \Lambda^{\bar{\alpha}}_{\beta} \Lambda^{\beta}_{\bar{\delta}}$ är enhetsmatrisen (alltså 1 om $\bar{\alpha} = \bar{\delta}$, annars 0). Det betyder att den andra matrisen är inversa matrisen av den första (och tvärtom).
7. a) Bevisa utifrån ekvation (2.24) den bekanta formeln att den ickerelativistiska ($v \ll c$) rörelseenergin är $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Ledtråd: använd Taylor-utvecklingen $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$ för små x .
b) Ta med också nästa term i Taylor-utvecklingen: $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$, och bevisa att den första relativistiska korrektionen ser ut så här: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{8}mv^4/c^2$.
c) Hastigheten för en typisk elektron i väteatomen är inte välbestämd men kan approximeras av $v \approx \alpha c$, där $\alpha \approx 1/137$. Räkna ut den procentuella relativistiska korrektionen till den kinetiska energin, alltså förhållandet mellan extratermen $-\frac{1}{8}mv^4/c^2$ och den vanliga termen $\frac{1}{2}mv^2$. Tror du att den relativistiska korrektionen går att mäta i spektrallinjerna?
8. Bevisa utifrån ekvation (2.24) den bekanta formeln att $E = hf$ för en foton.
9. Bevisa först från (2.24) att $E = \gamma mc^2$. (Ledtråd: visa först att $\gamma^2 v^2 = c^2(\gamma^2 - 1)$.) Betrakta sedan återigen bollarna med fjädern från exemplet i texten, med fjäderenergin $E_{\text{pot}} = 2mc^2$ så att totala energin före = $4mc^2 = 2m_{\text{efter}}c^2$. Från det och $E = \gamma mc^2$, räkna ut vad γ måste vara. Rita in fjäderns axlar \bar{x} och $c\bar{t}$ i figur 1c så man ser att det är lika långt från varje.
10. Tentauppgift 2 från 2016-08 (transformation av 4-rörelsemängd, jfr. S2.12 ovan).
11. Tentauppgift 5 från 2014-08 (grundläggande aspekter av tvillingparadoxen — om du har Schutz-boken så har han en detaljerad diskussion av tvillingparadoxen, men det är inte med i vårt utdrag, alltså överkurs.)

12. Kolla att kopplingskonstanten mellan elektronfältet och fotonfältet är $\alpha \approx 1/137$.
13. Räkna ut stoppkraften dE/dx för myoner i koppar med inkommande energi 150 MeV och 1 GeV. Uppskatta räckvidd (*range*) genom att anta att stoppkraften är konstant lika med värdet vid inkommande energi, och jämför med graf i Physics Handbook och här i kompendiet. (Tips: i grafen här i kompendiet, vad är skalan på horisontella axeln i eV? För att veta det, visa först att $v = (p_m/\sqrt{1+p_m^2})c$ för $p_m = \gamma v/c$.) Gissa utifrån det här för koppar vad räckvidden är för myoner med samma energi i tegel eller plast.
14. Medelfrivägen ℓ är inte nödvändigtvis ett användbart koncept här när stoppkraften varierar ganska mycket med energin. När grafen svänger uppåt runt $\gamma v/c = 1$ har vi $\gamma v/c \approx \gamma$, och eftersom $E \propto \gamma$ och funktionen är ungefär linjär där har vi som grov approximation en ordinär differentialekvation $-dE/dx = (1/\ell)E$ med lösning $E = E_0 e^{-x/\ell}$. Notera att medelfrivägen ℓ alltså går att läsa av som inversen av lutningen i grafen.
15. Jämför längden X_0 för bromsstrålningen med Physics Handbook. Wikipedia varnar för att vissa ämnen (som fosfor-32) skickar ut betastrålning med hög energi (strax under 1 MeV) som inte bör skärmas av med bly utan med t.ex. glas — varför?
16. Jämför spektrat för bromsstrålning med experiment, t.ex. ett röntgenrör som används på sjukhus, t.ex. $E_{\text{elektron}} = 120$ keV. Om du taylorutvecklar σ_{KN} för $hf/(m_e c^2) \ll 1$, vad är första korrektionen till (4.14)? Skissa eller plotta grafen för våglängdsfördelningen, $I(\nu)d\nu = I(\lambda)(d\nu/d\lambda)d\lambda$.
17. Det är $4 \cdot 10^{14}$ protoner med vardera 7 TeV i en stråle som är ungefär en kvadratmillimeter i tvärsnittsarea. Jämför strålenergin med t.ex. energin hos ett SJ X3000-tåg. Man brukar också jämföra det med energin som krävs att värma upp ett kilo koppar från rumstemperatur och smälta det, ca 0,6 MJ.
18. Med viss förenkling, antag att flödet Φ vid LHC på CERN är samma som den s.k. luminositeten, som är 10^{38} protoner per kvadratmeter och sekund, alltså antag $\Phi \approx 10^{38} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$. Hur länge måste man köra acceleratoren för producera ca 10 Higgs-partiklar via $g + g \rightarrow H$, som har teoretiskt uträknat tvärsnitt $\sigma = 49$ pb (picobarn) vid masscentrumsenergi 14 TeV? [19]
19. Varför sitter kalorimetern efter de inre spårdetektorerna i ATLAS-detektorn?
20. Om man har elektromagnetisk strålning (fotoner) med tillräckligt hög energi kan den skapa riktiga (i motsats till virtuella) partiklar. a) Man kan inte bara skapa *en* proton, varför inte? b) Kan $\gamma \rightarrow p + \bar{p}$ (proton+antiproton) hända? (Jämför Schutz uppgift 2.24.) c) Vilken våglängd skulle fotonerna *högst* behöva ha för att skapa $\gamma + \gamma \rightarrow p + \bar{p}$? Vad kallas den typen av strålning? d) Måste man alltså skjuta två fotonstrålar mot varandra?
21. Efter att ha funderat lite kring förra uppgiften, beskriv i egna ord vad som händer i figur 3 under och efter skapandet av elektron-positron-paret. Vad tror du inkommande strålningen har för energi: 1 MeV eller mer? Är laddning bevarad i kollisionspunkten?
22. Du skall designa en protonkolliderare som har 7 TeV i total masscentrumsenergi. Sätt $p_1^\alpha = (E_1/c, \mathbf{p}_1)$, $p_2^\alpha = (E_2/c, \mathbf{p}_2)$ och $E_{\text{CM,tot}} = E_1 + E_2$. a) Bilda 4-rörelsemängdssumman $p_{\text{CM,tot}}^\alpha = p_1^\alpha + p_2^\alpha$ i masscentrumssystemet. b) Bilda det observatörinvarianta värdet $(p_{\text{CM,tot}}^\alpha)^2$ som du behöver i nästa uppgift. c) Vad är energin per proton?
23. Vill du kollidera två protoner som rör sig med lika fart mot varandra, eller vill du kollidera en proton med högre fart mot en som står still? För att besvara frågan, sätt $p_1^\alpha = (E_1/c, \mathbf{p})$, $p_2^\alpha = (E_2/c, \mathbf{0})$, följ samma steg som i förra uppgiften och lös ut E_2 .
24. Räkna ut Lorentzfaktorn γ för LHC vid CERN med 7 TeV per proton i de två strålarna. Svaret innehåller många nior, så man använder i praktiken rapiditeten φ (kallas *velocity parameter* u i Schutz uppgift 1.19), vad blir den? Vad är tidsdilatationen för protonerna?

25. Antag att kraftbäraren för den starka kärnkraften är den neutrala pionen, slå upp dess viloeenergi. (Kraftbäraren är ju egentligen gluonen men den kan inte ta sig ut från atomkärnan, men se [27].) a) Räkna ut en typisk tidsskala för stark kärnväxelverkan genom att uppskatta livslängden hos en virtuell pion. b) Räkna ut räckvidden för starka kärnkraften på samma sätt som i texten. Jämför med atomkärnans storlek och kommentera. c) Räkna ut ett typiskt tvärsnitt σ för stark kärnkraft med det antagandet, och jämför med ett typiskt tvärsnitt för svaga kärnkraften (se exempel i texten).
26. Vilken växelverkan händer sönderfallen genom: a) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ b) $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$. Vilket av de två sönderfallen i a och b tror du händer mer sällan? Tänk på tvärsnittet σ och hur många gånger en process händer per sekund, R . c) $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$ d) $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ Vilket av de två sönderfallen i c och d du händer mer sällan? Tänk på tvärsnittet σ och hur många gånger en process händer per sekund, R .
27. Rita Feynmandiagram för a) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ b) $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ c) $\tau^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$, d) $\Sigma^+ \rightarrow n + \pi^+$, där $\Sigma^+ = uus$ och $\pi^+ = u\bar{d}$. För vart och ett, skriv upp bevaring av leptontal, kvarktal och särhet, där det är relevant.
28. a) Om särhet inte är bevarat av svag växelverkan, varför är det viktigt att hålla reda på? Jämfört med tidsskalan för stark växelverkan, 10^{-23} s, vad tror du livslängden är för hadroner med särhet? b) Slå upp livslängden på toppkvarken och jämför med tidsskalan för stark växelverkan. Vad säger det om baryoner med toppkvarkar i sig?
29. W -bosonen upptäcktes i proton-antiproton-kollisioner i UA1-experimentet vid CERN i början på 80-talet. Sönderfallen var till lepton-antilepton (inte nödvändigtvis samma typ). a) Rita ett exempel på Feynmandiagram för produktion av W . b) Rita ett exempel på Feynmandiagram för sönderfall av W . c) Nämn ytterligare två sönderfall, och någon praktisk anledning att de "kanalerna" inte användes för själva upptäckten.
30. Hur kan τ^- sönderfalla till neutrino + hadroner? Hur ofta händer det? Slå upp i Physics Handbook.
31. I en proton-proton-kollision i en punkt P kommer det utifrån i en punkt P' , en bit ifrån P , två spår av elektriskt laddade partiklar som böjer åt olika håll. Man lyckas identifiera den ena som en pion $\pi^+ = u\bar{d}$, och den andra som en "K-meson" som består av kvarkarna \bar{u} och s . a) Vilken växelverkan har skett vid punkten P ? b) Vid P' ? c) Rita Feynmandiagram. d) Vad är moderpartikeln som inte syns? e) Vad måste eventuella andra sönderfallsprodukter från kollisionspunkten P innehålla för kvark?
32. Enligt Peskins artikel [23] bör en eventuell mörk-materia-partikel enligt uppskattningar från astrofysik ha tvärsnitt $\sigma = 1$ pb (picobarn) via svag kärnväxelverkan. Är det realistiskt att hitta en sådan vid LHC vid CERN?

9 Svar (prova själv först!)

- $(\Delta \bar{\mathbf{r}})^2 = (\Delta \bar{x})^2 + (\Delta \bar{y})^2 = (\Delta x \cos \theta + \Delta y \sin \theta)^2 + (-\Delta x \sin \theta + \Delta y \cos \theta)^2$, samla ihop termer och använd $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ för att visa att det bara blir kvar $(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$.
- $(\Delta \bar{s})^2 = -c^2(\Delta \bar{t})^2 + (\Delta \bar{x})^2 = \gamma^2(-c^2(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x)^2 + (\Delta x - v\Delta t)^2)$, samla ihop termer och använd $\gamma^2(1 - v^2/c^2) = 1$ för att visa att det bara blir kvar $-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2$.
- a) $\Delta \bar{x} = \sqrt{1 - v^2/c^2}\Delta x = \sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot 2\Delta \bar{x}$ enligt uppgift, så $2\sqrt{1 - v^2/c^2} = 1$, och kvadrerar man får man $v^2/c^2 = 1 - 1/4 = 3/4$, så $v = (\sqrt{3}/2)c \approx 0,87c$, alltså 87% av ljushastigheten.
b) Man får välja observatör hursomhelst (i videon valde jag: linjalen är \mathcal{O} , vi är $\bar{\mathcal{O}}$), men man måste tänka på att mäta längd vid en given tid i ens eget koordinatsystem.
- $v = (c/2 + c/2)/(1 + (c/2)^2/c^2) = c/(1 + 1/4) = \frac{4}{5}c$.
 $v = (c/2 + 4c/5)/(1 + (c/2)(4c/5)/c^2) = (13c/10)/(1 + 4/10) = 13c/10 \cdot (10/14) = \frac{13}{14}c$.
Nej, det verkar inte som att man kommer över c , men finns det något sätt att bevisa det? Se uppgift S1.19 i Schutz. Det som händer fysikaliskt är att det kostar mer och mer energi att öka hastigheten ju högre energin är.
- De mest relevanta elementen är $(\bar{\alpha}, \beta) = (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)$ och de ser ut så här:

$$a) \Lambda^{\bar{\alpha}}_{\beta} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma v/c \\ -\gamma v/c & \gamma \end{pmatrix} \quad b) \Lambda^{\beta}_{\bar{\delta}} = \begin{pmatrix} \gamma & +\gamma v/c \\ +\gamma v/c & \gamma \end{pmatrix} \quad (9.1)$$

Säkerställ att du är med på varför det inte är något v/c^2 i övre raden. Det blir bara plustecken istället för minustecken i den andra (den inversa), för tvärtomrörelsen mot att röra sig åt ena hållet med v är att röra sig med $-v$. Uppgiften var alltså att bevisa det, inte att anta det.

6. Fråga!

- a) $E_k = E - mc^2 = \sqrt{m^2c^4 + \mathbf{p}^2c^2} - mc^2 = mc^2\sqrt{1 + \frac{\mathbf{p}^2c^2}{m^2c^4}} - mc^2 \approx mc^2\left(1 + \frac{\mathbf{v}^2}{2c^2}\right) - mc^2 = \frac{1}{2}mv^2$.
b) $E_k \approx mc^2\left(1 + \frac{\mathbf{v}^2}{2c^2} - \frac{\mathbf{v}^4}{8c^4}\right) - mc^2 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{8}mv^4/c^2$.
c) Förhållandet är $\frac{-\frac{1}{8}mv^4/c^2}{\frac{1}{2}mv^2} = -\frac{v^2}{4c^2} = -\frac{\alpha^2c^2}{4c^2} = -\alpha^2/4 \approx 10^{-5} =$ en tusendels procent. Fem värdesiffror är ingen match för experimentell atomfysik — det här är en av de största korrektionerna till spektrallinjerna [22]. Några linjer är uppmätta med mer än 10 värdesiffror.
- $E = pc$, de Broglie säger $\lambda = h/p$, så $p = h/\lambda$ och därmed $E = h/\lambda \cdot c = hf$ eftersom $c = \lambda f$.
- $\gamma^2v^2 = c^2(\gamma^2 - 1)$ ger $\gamma^2(v^2 - c^2) = -c^2$, dvs. $\gamma^2 = -c^2/(v^2 - c^2) = c^2/(c^2 - v^2)$ och dela med c^2 i täljare och nämnare. Vet vi det så ser vi att $E^2 = \gamma^2m^2\mathbf{v}^2c^2 + m^2c^4 = m^2c^2(\gamma^2v^2 + c^2) = m^2\gamma^2c^4$.
Energin i masscentrumssystemet är $m_{\text{f}}c^2 = 2m\gamma c^2 = \gamma m_e c^2$, så $\gamma = m_{\text{f}}/m_e = 2$.
Ritar man \bar{x} -axeln snett så det representerar masscentrumssystemet så är avstånden $\bar{l}_A = \bar{l}_B$ även i fig. c, precis som i fig. b. Jämför tentauppgift 2b 2015-06-02 (där istället $\gamma = 5/3$).

10. Se tentalösning.

11. Se tentalösning.

-
- Man måste ta med några decimaler för att komma rätt, t.ex. 3 decimaler: $8,988 \cdot 10^9 \cdot (1,602 \cdot 10^{-19})^2 / (1,055 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8) = 0,00729 \approx 1/137$. Coulombs konstant k måste ha enhet Nm^2/C^2 , så enheten för α blir $Nm^2/C^2 \cdot C^2/(Js \cdot m/s) = Nm/J = 1$.

13. Skalan på horisontella axeln är rörelsemängd, som är lättast att översätta till energi om vi begränsar oss till hög energi $p_m > 1$, då är $p_m = \gamma v/c \approx \gamma$, så $E = \gamma mc^2 \approx p_m mc^2$. Till exempel för $p_m = 10$ så är $E \approx 10 mc^2 = 1 \text{ GeV}$ för $m = m_\mu$. Densiteten hos koppar är $\rho_{\text{Cu}} = 8,96 \text{ g/cm}^3$. Stoppkraften för $p_m = 10$ blir ungefär 13 MeV/cm (prova att både läsa av i grafen och använda formeln, och glöm inte att gångra med ρ_{Cu}), så med inkommande energi 1000 MeV tar myonen sig ungefär $1000/13 = 74 \text{ cm}$. Physics Handbook visar ungefär $600/\rho_{\text{Cu}} = 60 \text{ cm}$ för *mean range*. Liknande uppskattning för 150 MeV ($p_m = 1$) står i texten: "några centimeter", som också verkar stämma med Physics Handbook. Titta gärna i Mathematica-filen `bethes_formel.nb` på Canvas om du vill veta mer, i synnerhet hur man utför integralen som omnämns i texten istället för att bara multiplicera.

Tegelsten har ungefär $\rho_{\text{tegel}} = 2 \text{ g/cm}^3$ så grovt räknat, om densiteten vore enda skillanden (fast energin I är egentligen också olika) skulle vi ha räckvidden $R_{\text{tegel}} = 0,6 \cdot \rho_{\text{Cu}}/\rho_{\text{tegel}} = 3 \text{ m}$, och plast (som i en scintillator, jfr. Frisch och Smiths myon-experiment) ungefär som vatten $\rho_{\text{plast}} = 1 \text{ g/cm}^3$, så $R_{\text{plast}} = 0,6 \cdot \rho_{\text{Cu}}/\rho_{\text{plast}} = 5 \text{ m}$. Hursomhelst, det finns nog lite grundämnen ungefär som koppar i de flesta hustak, så det kanske inte kommer igenom så många myoner i kosmisk strålning med 150 MeV , men de med 1 GeV kommer inga tak att kunna stoppa.

Efterfrågades att visa: $(v/c)^2 = p_m^2/(1 + p_m^2) = \gamma^2(v/c)^2/(1 + p_m^2)$. Kombinationen $(v/c)^2$ tar ut sig, så vi måste istället visa $\gamma^2 = 1 + \gamma^2(v/c)^2$. Det följer från definitionen av γ . (Det här beviset går att återföra på beviset av $E = \gamma mc^2$ ovan.) Rörelseenergi är också ett praktiskt begrepp här: $E_{\text{kin}} = E - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$, så $\gamma = E_{\text{kin}}/mc^2 + 1$. Det stämmer med ovanstående approximation för att $E_{\text{kin}} \approx E$ (totala energin, dvs. viloenenergin är försumbar) om $\gamma \gg 1$.

Kommentar: Varför inte helt enkelt ha hastighet v på horisontella axeln? Låt oss dela in grafen av stoppkraft i "mellan-energi" $0,01 < p_m < 1$ och "hög men inte extremt hög energi", $1 < p_m < 1000$. För mellan-energi är $dE/dx \propto 1/v^2$ och logaritmen i Bethes formel ger bara en mindre justering av det. När v börjar närma sig c i högenergi-området så blir $1/v^2$ ungefär konstant $\approx 1/c^2$, samtidigt som γ^2 i logaritmens argument fortsätter öka utan gräns och börjar därför dominera beroendet på v i Bethes formel. Du bör veta från tidigare uppgifter att hastighet inte är så praktiskt att använda när $v \rightarrow c$, för man får hålla reda på en massa decimaler, $0,999c$ osv. Den matematiskt smidigaste lösningen är pseudo-rapiditet φ , Schutz "velocity parameter". Här använder vi den kanske mer fysikaliska lösningen rörelsemängden p , som alltså funkar även när $v \rightarrow c$, för att den innehåller γ , som "tar över" att öka när v/c inte längre ändras nämnvärt.

14. Vi kan enligt förra uppgiften för hög energi substituera in $p_m \approx E/(m_\mu c^2)$ i formeln för dE/dx . Då har vi $dE/dx = -0,002E + \text{konstant}$, så $\ell_{\text{Cu}} = 1/0,002 \approx 500 \text{ cm}$, alltså 5 m , en överskattning, det blir 60 cm enligt förra uppgiften. Problemet är: lösningen $E(x)$ till den här differentialekvationen (se `bethes_formel.nb` på Canvas) är en exponentiellt avtagande funktion $e^{-x/500} + \text{konstant}$ (där x är i cm), men det är en missvisande modell. Inte felaktig i sig, men $e^{-x/500} \approx 1 - x/500$ till god approximation, dvs. $e^{-x/500}$ är en onödigt komplicerad beskrivning av en rät linje.

Kommentar: jämför gärna alfapartiklar: Physics Handbook ger $R_\alpha = 0,318E_\alpha^{3/2}$ för energi i MeV och räckvidd i cm. För 5 MeV får vi 4 cm . Den räckvidden för 5-MeV -alfapartiklar i luft går också att läsa av från diagrammen, om vi noterar att $\rho_{\text{luft}} = 1 \text{ g/cm}^3$. Det verkar också stämma ganska bra med alfasönderfall av radon i Demonstration 4.

Kommentar till kommentaren: Hur fick Physics Handbook att $R_\alpha = 0,318E_\alpha^{3/2}$? Som det står under Bethe-Blochs formel kan man approximera logaritmen (som de kallar $f(v, I)$) som att den är ungefär konstant i mellan-energi-regionen $0,01 < p_m < 1$. Om vi nu antar $E_0 \approx (1/2)mv_0^2$ (som inte är riktigt sant eftersom mellan-regionen är mellan-relativistiskt) så blir räckvidden $\Delta x = \int dE/(z^2 f(v, I)/v^2) \approx (f(v_0, I)z^2)^{-1} \int (2E/m)dE = E_0^2/(mf(v_0, I)z^2)$. Men eftersom energin är lite relativistisk även i mellan-regionen är E_0^2 en överskattning av energiberoendet, så en kompromiss är att ersätta E_0^2 med t.ex. $E_0^{3/2}$.

15. Längden X_0 för bromsstrålningen står Physics Handbook T-7.5 där den kallas X_R . Räckvidden (*range*) för elektroner (i vilket material som helst) står i F-8.6 och är grovt räknat $R_e = (1/\rho)(0,5E - 0,1)$, eller ges i diagram. Om vi tar elektroner med energin 1 MeV som man kan få i strontium blir det $R_e = (1/\rho)(0,5 - 0,1) = 0,4/\rho$. För luft har vi $\rho_{\text{luft}} = 1 \text{ g/cm}^3$ så $R_e = 0,4 \text{ cm}$, för aluminium blir det drygt $R_e = 1 \text{ mm}$ och för bly blir det knappt $R_e = \text{en halv mm}$.

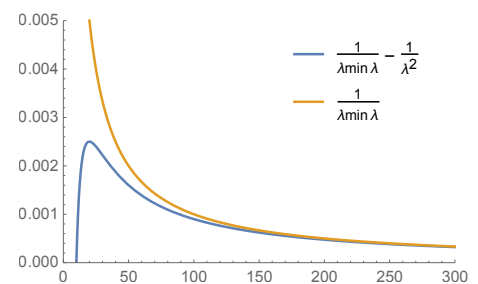
Såg vi inte i Demonstration 4 att elektronen tar sig längre än 0,4 cm i luft? När elektronerna väl har börjat stanna in från kollisioner med luftpartiklar blir det ganska stor statistisk variation i när de verkligen stannar, s.k. *straggling*. På samma sätt: för att skärma av betastrålning verkar det alltså från X_0 som vi bara behöver några mm aluminium, men det behövs ett par cm. Att det bara behövs någon millimeter bly stämmer däremot väl med experiment. Att bromsstrålningssuppskattningen för bly borde stämma väl ser man från att "kritiska energin" i tabellen i kompendiet är relativt låg för bly, så att redan för några MeV så är bromsstrålning den viktigaste energiförluskällan för elektroner i bly, liksom i volfram, som man drar nytta av i röntgenrör på sjukhus.

Betastrålning med hög energi skall man ur strålsäkerhets-synpunkt inte skärma av med material med hög densitet, för då går all energi åt bromsstrålning ($X_0 = 5 \text{ mm}$ för bly) och fotoner med MeV-energi är gammastrålning, som i sig utgör en risk, alltså ur askan i elden.

16. Teoretiska spektrat för bromsstrålning i texten ger att bredden i våglängd är ungefär $\Delta\lambda \approx b/\gamma$.

Ett röntgenrör som används på sjukhus med $E_{\text{elektron}} = 120 \text{ keV}$ har $\gamma = E/(mc^2) = (511 + 120)/511 = 1,23$ och $\lambda_{\text{min}} = 10 \text{ pm}$. Enligt texten är $b_{\text{min}} = 2 \text{ pm}$ och b_{max} runt 100 pm. Tar vi $b = 50 \text{ pm}$ har vi ungefär $\Delta\lambda \approx 40 \text{ pm}$.

Figuren visar Kramers lag (efter Bohrs nederländske assistent, som Heisenberg tog över efter): $I(\lambda)d\lambda = K \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{min}}} - 1 \right) \frac{d\lambda}{\lambda^2}$. Ovanstående bredd verkar stämma hyfsat med bredden i figuren, fast bredd går att definiera på olika sätt. (Kramers lag visas ibland med frekvens istället för våglängd.)



Den blå kurvan stämmer helt OK med experiment: typiskt går det upp från λ_{min} och vänder sedan. Mätningar visar utöver det här även tydliga smala toppar från atomstrukturen i experimentdata. De topparna ser man inte här med enbart bromsstrålning.

Först integrera $\int (d\sigma_{\text{KN}}/d\Omega)d\Omega = \sigma_{\text{KN}}$, totala tvärsnittet för alla vinklar (se Mathematica-fil på Canvas). Taylorutveckla sedan totala tvärsnittet σ_{KN} för $e_\gamma = hf/(m_e c^2) \ll 1$. Till första ordning i e_γ är totala tvärsnittet $\sigma_{\text{KN}} = \sigma_{\text{Thomson}}(1 - 2e_\gamma)$. Extratermen är negativ. För små fotonenergi utgör det en liten korrektion. När fotonenergin börjar närma sig elektronens vilomassa 511 keV börjar σ_{KN} avta, dvs. Thomson-tvärsnittet blir en dålig approximation, som du ser i exemplet i Physics Handbook F-8.9 i min upplaga (figur *Photon Absorption*), eller på databasen XCOM på NIST-webbplatsen.

17. $7 \text{ TeV} = 7 \cdot 10^{12} \text{ eV}$ som är drygt en mikrojoule, så totalt för $4 \cdot 10^{14}$ mikrojoule blir det 0,5 GJ, som smälter nästan ett ton koppar.
18. $\text{antal} = R\Delta t = \Phi\sigma\Delta t$, så om vi skall få $\text{antal} = 10$ stycken så måste vi köra acceleratoren i $\Delta t = 10/(\Phi\sigma) = 10/(10^{38} \cdot 49 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-28}) \text{ s} = 20 \text{ s}$. Det här är en underskattning.
19. Kalorimetern gör en förstörande mätning, som man ser i figur 6.
20. a) Elektrisk laddning är bevarad. b) Relativistisk rörelsemängd p^α är bevarad, och totala rörelsemängden efteråt är noll i masscentrumssystemet, så fotonen skulle behöva vara i vila, vilket är omöjligt. c) Totala rörelsemängden är noll om $p + \bar{p}$ produceras i vila, så fotonernas rörelsemängder måste vara lika i belopp och motriktade, och eftersom deras energi bestäms helt

av rörelsemängden måste de ha lika energi för att producera $p + \bar{p}$ i vila. Totala energin efter är $E = 2m_p c^2$, som de delar lika: $E_\gamma = m_p c^2$, och $\lambda = \frac{hc}{E_\gamma} = 1,3 \text{ fm}$, högenergetisk gammastrålning. d) Nej, det räcker om det finns ett elektromagnetiskt fält som står till tjänst med den andra fotonen. Den fotonen måste inte ha samma rörelsemängd i belopp i labsystemet som den som skjuts in, men har den inte det skapas $p + \bar{p}$ inte i vila, så man behöver isåfall ännu kortare våglängd på den inskickade gammastrålningen än i förra deluppgiften. Det kan t.o.m. räcka om finns atomer i närheten, som har ett elektromagnetiskt fält i sig, jämför fig. 3.

(Men: det är tänkbart att bygga en foton-foton-kolliderare, och det finns planer på det.)

21. En inskickad foton slår in i en atom och med hjälp av en foton därifrån skapas ett elektron-positron-par, så minsta energin är $2m_e c^2$, drygt 1 MeV, men troligen är det enligt förra uppgiften betydligt mer (se även nästnasta uppgift). Gammastrålning har betydligt större energi än vad som krävs för att jonisera en atom (den högsta är helium vid 24 eV), så den har inget problem att slå ut en elektron. Det blir kvar en positivt laddad jon, men den är såpass tung att den (enligt rörelsemängdens bevarande) kan ligga kvar nära kollisionspunkten, så man inte ser något spår. Elektronen skickar sedan ut ytterligare en foton, som i sin tur bildar ett till elektron-positronpar med rakare banor (högre energi) än spiralerna. [30]

22. a) I CM-systemet är $p_1^\alpha = (E_1/c, \mathbf{p})$, $p_2^\alpha = (E_2/c, -\mathbf{p})$, så $p_1^\alpha + p_2^\alpha = (E_1/c + E_2/c, 0)$. b) $(p_1^\alpha + p_2^\alpha)^2 = -(E_1 + E_2)^2/c^2 = -(E_{\text{CM,tot}})^2/c^2$. c) Totala energin för varje proton är $E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4$, och eftersom $m_1 = m_2$ och $\mathbf{p}_1^2 = \mathbf{p}_2^2$ i CM-systemet är $E_1 = E_2$, så de måste ha 3,5 TeV vardera.

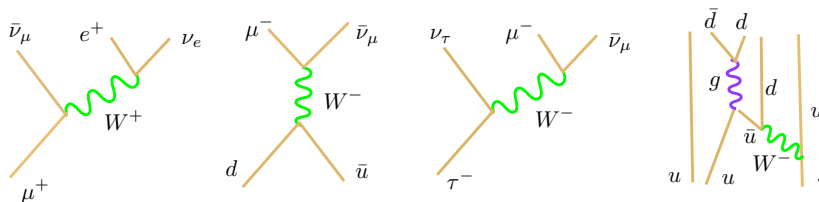
23. I CM-systemet är bägge som i förra uppgiften, men i labsystemet är nu $p_1^\alpha = (E/c, \mathbf{p})$, $p_2^\alpha = (m_p c^2/c, 0) = (m_p c, 0)$, så $(p_1^\alpha + p_2^\alpha)^2 = -(E/c + m_p c)^2 + \mathbf{p}^2 = -E^2/c^2 - 2m_p E - m_p^2 c^2 + \mathbf{p}^2 = -2m_p^2 c^2 - 2m_p E$. Men $(p_1^\alpha + p_2^\alpha)^2$ är invariant, $-(7\text{TeV})^2/c^2$. Lös ut E , ger 26 PeV. Man "slösar" energi på rörelse när den ena är stilla, för rörelsemängden är bevarad.

24. Vi har $\gamma = \frac{E}{m_p c^2} = \frac{7\text{TeV}}{938\text{MeV}} = 7463$ och $1 - v^2/c^2 = 1/\gamma^2$ så $v = \sqrt{1 - 1/\gamma^2} c = 0,999999991c$ (8 st nior). Tiden $\tilde{t} = \gamma t$ mätt från labsystemet går 7463 gånger långsammare än i protonens vilosystem. Rapiditeten (*velocity parameter* i Schutz) är $v/c = \tanh \varphi$, så $\varphi = \text{arctanh } 0,999999991 = 9,6$.

25. $r = \frac{hc}{mc^2} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} / (135 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}) = 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 1,5 \text{ fm}$ (femtometer), som atomkärnan. Det verkar rimligt för kraften som håller ihop atomkärnan. Det tar ca $\Delta t = r/c = 10^{-23}$ sekunder för en virtuell pion att korsa atomkärnan så det är ungefärliga tidsskalan för stark växelverkan. Tvärsnittet $\sigma = \pi r^2$ blir några millibarn, många storleksordningar större än det för svag kärnväxelverkan. Sammanfattningsvis är den starka kärnkraften starkast, men den påverkar bara kvarkar och gluoner.

26. a) Elektromagnetisk (fotonen har ingen annan koppling). b) Svag (producerar neutrino). Det svaga, alltså b. c) Svag (ändrar särhet). d) Elektromagnetisk (foton). Det svaga, alltså c. Jämför livslängderna i Physics Handbook.

27. Diagrammen är:



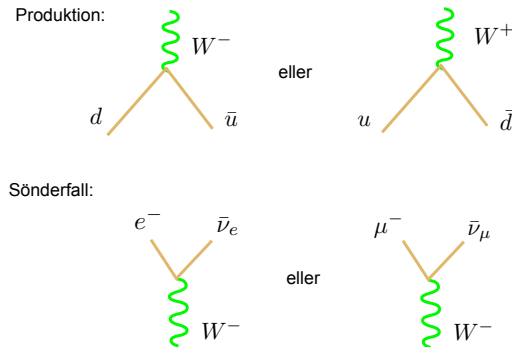
a) $L_e : 0 = -1 + 1 + 0$, $L_\mu : -1 = 0 + 0 - 1$. b) $L_\mu : 0 = 1 - 1$, $N_q : 1 - 1 = 0 + 0$. c) $L_\mu : 0 = 1 - 1 + 0$, $L_\tau : 1 = 0 + 0 + 1$. d) $N_q : 3 = 3 + 1 - 1$. Viktigt är att $S : -1 \neq 0$, så det är mindre sannolikt.

28. a) Tidsskalan för starkt sönderfall är ca 10^{-23} sekunder, men tack vare att fotoner och gluoner bevarar särhet så slipper de lättaste baryonerna som innehåller särkvarkar s att sönderfalla så snabbt som 10^{-23} s. Ett exempel är $\Sigma^+ = uus$ med livslängd ca 10^{-10} s. (Regeln verkar till synes

misslyckas med $\Sigma^0 = uds$: den är kortlivad för att det finns en lättare baryon med särkvark att sönderfalla till som heter Λ^0 och också består av uds , så Σ^0 går att betrakta som en "exciterad Λ^0 ", men vad har isåfall Λ^0 för livslängd?) b) Livslängden för toppkvarken är ca $5 \cdot 10^{-25}$ s, ett par storleksordningar kortare än 10^{-23} s, så det finns inga hadroner med toppkvarkar: alla toppkvarkar man producerar sönderfaller innan de hinner hadroniseras.

(Varning: blanda inte ihop toppkvarken t och tauleptonen τ ! Liten minnesregel: tauleptonen τ är uppkallad efter ordet "triton" ("tre" på grekiska), och inga kvarkar har grekiska namn: u, d, c, s, t, b . Tauleptonen τ har livslängd ca 10^{-13} s, som kanske inte verkar så jättelångt, men det är mer än 11 storleksordningar längre än toppkvarkens livslängd.) Överkursfaktum: toppkvarkens upptäckt 1995 var viktig, för utan t hade man teoretiska problem, s.k. *anomalier*.

29. a,b) Följande diagram utgör minimala svar på frågorna (tid uppåt som vanligt):



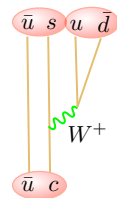
Men notera att W är alldeles för kortlivad för att detekteras direkt, och det finns inga partikelstrålar av W att skjuta in heller (i alla fall i dagsläget), och dessutom har vi inga strålar av enskilda kvarkar, så ovanstående är aningens abstrakt. Som fördjupning, titta gärna i Carlo Rubbias nobelföreläsning [31] om hur man producerade och detekterade W på CERN: proton + antiproton $\rightarrow W^- + X$, där X är några laddade hadroner, sedan $W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$, och anti-neutrino märker man inte direkt utan bara via "försvunnen" energi och rörelsemängd.

c) till tau-leptonen, och till kvark-antikvark. Den förra sönderfaller extremt fort, kvark-antikvark bildar kvastar som kan "drunkna" i alla andra kvast-händelser som sker vid hadronkollision.

30. I några upplagor av Physics Handbook står det fel! Det står $\tau^- \rightarrow \bar{\nu}_\tau + \text{hadroner}$ men det skall vara $\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \text{hadroner}$, som händer 68% av sönderfallen. Åtminstone skall det vara det med vår gängse konvention för leptontal, där τ^- har leptontal 1 och $\bar{\nu}_\tau$ har leptontal -1 . Kolla gärna på pdg.lbl.gov.

31. a) Stark vid P , för någon neutral partikel bildades nästan ögonblickligen. b) Svag vid P' , för det tog mycket längre tid.

c)



d) $\bar{u}c$ är elektriskt neutral (och har ett namn: D^0). e) Eftersom protonen inte innehåller charmkvarken c (eller innehåller mycket litet av den, se föreläsning 3), måste c ha skapats vid punkten P och då även anticharmkvarken \bar{c} , som måste ha bildat andra hadroner.

32. Ja, i princip, det givna σ är ju inte mycket mindre än för Higgs-partikeln. Men det beror helt på precis hur den produceras och sönderfaller om det verkligen är realistiskt: sönderfaller den t.ex. ofta till kvarkar kommer det att bli kvast-händelser som kanske drunknar i andra sådana.