

Tjugofem projekt i strängteori – välj ett!

Contents

1 Projekt	1
1.1 Konform fältteori i två dimensioner: grundläggande aspekter	1
1.2 Konform fältteori i två dimensioner: KZ-ekvationen	2
1.3 Konform fältteori i två dimensioner: Monster-symmetri	2
1.4 Konform fältteori i fyra dimensioner	2
1.5 Vägintegraler kontra operatorer	2
1.6 Supersymmetri	3
1.7 Strängfenomenologi	3
1.8 Strängkosmologi	3
1.9 Strängfilosofi?	3
1.10 Kosmologiska konstant-problemet	4
1.11 Stränginspirerade punktpartiklar	4
1.12 Kvantisering av gaugesystem: BRST	4
1.13 Hawkingstrålning och informationsparadoxen	4
1.14 Anomalier – kvanteffekter som bryter gaugesymmetri	4
1.15 Krökta extra dimensioner: Calabi-Yau	5
1.16 Strängteori och talteori	5
1.17 Kosmiska strängar	5
1.18 Strängteori, kvarkar och gluoner	5
1.19 D-bran: fluiddynamik	6
1.20 D-bran: materialfysik	6
1.21 Kan strängteori hjälpa med grunderna i kvantfysik?	6
1.22 Strängteori, representationsteori och statistisk fysik	7
1.23 Strängteori och datavetenskap	7
1.24 Nya formuleringar av supersträngteori	7
1.25 En graviton = två gluoner?	8

Allmänna kommentarer

Målet med de här är att fördjupa något visst område utifrån Polchinski. Jag har valt att hålla mig till Polchinski för att hålla ihop era projektpresentationer (på tavlan!), så att presentationerna kompletterar föreläsningarna istället för att vara helt oberoende av dem.

Men det finns ett problem som vi måste ha i åtanke: Polchinskis behandling av mer avancerade frågeställningar är väldigt kompakt, så i de flesta fall måste du titta i någon annan källa också, och det kan ta bort den här ihop hållningen jag eftersträvar. Men håll dig som sagt ändå så nära Polchinski du kan för att få lite sammanhållning i kursen.

Alla projekt är tillräckligt djupa att det finns outtömligt (!) många möjliga delprojekt. Det vill säga, fler än en student får välja samma projekt. Men det är klart att det blir tråkigt om alla väljer samma. Oavsett vilket du väljer skulle jag vilja att du läser igenom alla projektförslag som orientering.

1 Projekt

1.1 Konform fältteori i två dimensioner: grundläggande aspekter

Kapitel 2 och 15. Det finns massor av referenser och tillämpningar om konform fältteori, men tanken är alltså att fokusera på någon de många fantastiska aspekter av konform fältteori i två dimensioner

som kan vara relevant för strängteori, och förklara den aspekten lite grundläggande. Det här är alltså huvudsakligen ett "pedagogiskt" projekt, hur man förklarar någon bit som jag redan går igenom, fast på ett annorlunda sätt. Ett tips är Blumenhagen & Plauschinn [1] som är väldigt läsbar, och ger mer "algebraiska" varianter av en del saker jag (och Polchinski) diskuterar. Jag gillar också Ginspargs "Applied Conformal Field Theory" [30] (samme Ginsparg som startade arXiv) och förstås boken som kallas "Gula sidorna" [29], t.ex. diskussionen av monodromi.

1.2 Konform fältteori i två dimensioner: KZ-ekvationen

Ett viktigt verktyg i konform fältteori är Knizhnik-Zamolodchikov-ekvationen: hur man bestämmer korrelationsfunktioner som lösning av differentialekvationer, som i sin tur följer från representations-teori. Jag inte att gå igenom KZ-ekvationen, så det här projektet (i motsats till det förra, men i likhet med alla andra) har mer en översiktlig karaktär: försök sätt dig in i vad det handlar om och presentera tydligt *motiveringen*, samt någon liten räkning som du har gjort. Du skulle kunna börja med Polchinski kap.15 och titta i en artikel av Cohn *et al* [27]. Den ursprungliga "tillämpningen" är att räkna ut amplituder av rumtidsfermioner (R-sektorn i strängteori) som Knizhnik gjorde, och det är eminent förklarat i min samarbetspartner Olivers avhandling [28], kap.2.2. Det står också mer om matematiken kring KZ-ekvationen i Jürgens andra bok [26], sektion 3.4.

1.3 Konform fältteori i två dimensioner: Monster-symmetri

Man kan också tänka sig ett projekt om mer matematiska aspekter av konform fältteori, där sambandet med strängteori är att strängteoriargument ledde till framsteg i ren matematik, men kopplingen tillbaka till strängteori är ganska svag, som *monstersymmetri*. Ett första steg vore hur Borchers fick sin Fields-medalj i matematik (fråga Elisabet eller Andreas A och kolla upp kursplanen på FYAD09 och Terrys kursbok [31]!). Ett andra steg vore de nyare idéerna kring s.k. Mathieu-hembrant [32]. (Ja, matematiker gillar konstiga ord.) Det vore ganska viktigt att komma fram till Mathieu eftersom den "gamla" monstersymmetrin i och för sig vilar på strängmetoder, men har ganska lite att göra med strängteori i vanlig bemärkelse. Mathieu har definitivt något att göra med strängteori, fast det är fortfarande osäkert hur långt det går att komma med den kopplingen.

1.4 Konform fältteori i fyra dimensioner

Det har varit mycket diskussion på senaste tiden om konform fältteori i $D > 2$, t.ex. $D = 4$ (och $D = 6$), och du kan fokusera på det om du vill. Det kanoniska exemplet i $D = 4$ är maximalt supersymmetrisk Yang-Mills-teori, som är en konform fältteori på kvantnivå. Det står inte mycket om det i Polchinski, eftersom mycket av utvecklingen kom efteråt. Anledningen att jag ändå tar upp det här är att det kopplar ihop förståelsen man har från kvantfältteori med det vi gör här, och det går att säga en del ganska grundläggande saker, t.ex. den s.k. *bootstrap*-metoden för att räkna ut korrelationsfunktioner enbart från symmetri [33].

1.5 Vägintegraler kontra operatorer

Appendix A är väldigt kortfattad, det finns uppenbarligen mycket mer att säga, t.ex. Anders examensarbete [34]! Vi kommer att använda kopplingen mellan operatorformalismen och banintegralformalismen, så det vore bra att fördjupa det lite, samt visa på skillnaden i var svårigheter dyker upp, i synnerhet när det gäller divergenser. Konkret exempel: banintegralen för en tvistad fermion i mina stränganteckningar, jämfört med Polchinskis operatörberäkning i kapitel 10. Mer allmänt: boken av Cartier och DeWitt-Morette om funktionalintegraler [35] (där jag har varit med och skrivit ett kapitel!), eller Kleinerts bok [36]. (Kleinert har också en bok om kond-mat och hållfasthetslära [37]!).

1.6 Supersymmetri

Appendix B (godtycklig dimension) diskuterar något slags absolut minimum av vad man bör veta om supersymmetri för att hanka sig igenom strängteori, men det kopplar nästan inte alls till varför supersymmetri har ansetts vara relevant i partikelfysik i fyra dimensioner, det här med "skvarkar och sleptoner". Så projektet här vore lite fördjupning i Appendix B samt lite om $D = 4$ och den minimala supersymmetriska standardmodellen (MSSM), t.ex. Aitchisons bok [39] eller Martins översikt [38]¹, och hur det går för MSSM på LHC (inte så bra just nu [50], men det kan ändras snabbt!).

1.7 Strängfenomenologi

Beskriver strängteori verkligheten? För många av oss räcker det bra att ramverket beskriver redan etablerad fysik på ett mer effektivt sätt än andra ramverk, men det är förstås lockande att hitta direkta experimentella tester som skulle "utesluta" att existerande ramverk kan beskriva något visst fenomen, en s.k. *smoking gun* för strängteori som utesluter andra hypoteser (jfr. kriminaldrama). Kapitel 18 i Polchinski handlar om detta, och frågeställningarna är ytterst väl beskrivna, men förslagen på ramverk för att lösa problemen är nästan uteslutande i heterotisk strängteori (kap.11) som jag har valt att inte fokusera på. Så antingen studerar du då kapitel 11 i mer detalj för att lära dig heterotisk strängteori, eller mer realistiskt, lånar någon av böckerna av Ibanez & Uranga [40], eller Kiritsis [41], som använder andra strängteorier. En bra inkörsport vore Quevedos härliga essä "Is String Phenomenology an Oxymoron?" [76].

För att göra en kontrast med ovanstående: skulle supersymmetri hittas vid LHC (se ovan) skulle strängteoretiker förstås ta det som ett positivt tecken, men det är ingen "rykande pistol", därför sorterar det under det förra projektet. Det är däremot direkt sökning av strängar vid LHC [48]. Det är också fascinerande att (försöka) läsa artiklar som "Searches for extra dimensions with the ATLAS and CMS detectors" [49].

1.8 Strängkosmologi

På samma sätt, beskriver strängteori kanske kosmologi? Maldacena i videon om kvantgravitation säger att det viktigaste vore att förstå Big Bang bättre, och han förklarar att det betyder att förstå inflationskosmologi bättre, alltså mekanismen som producerar de uppmätta fluktuationerna i kosmiska bakgrundsstrålningen. Det mest uppenbara exemplet i strängteori är "D-bran-inflation" då universum blåses upp väldigt snabbt (eng. *inflates*) av att två D-bran faller mot varandra. Min samarbetspartner Liam har skrivit en bok om det [45], och snällt nog ligger en stor del av den gratis på arXivet. Liams arbete om det började i en artikel med just Maldacena [46]. Det är roligt att se "bran-inflation" vara en av huvudmodellerna som testas mot data i den officiella artikel om mätdata från Planck-satelliten [47].

1.9 Strängfilosofi?

Om det "räcker bra att ramverket beskriver redan etablerad fysik på ett mer effektivt sätt än andra ramverk" som jag skrev ovan, motsäger inte det den vetenskapliga metoden som enligt Popper har som grundbult att ramverk skall vara falsifierbara, dvs. gå att motbevisa? Ingen av oss är kvalificerad att hålla på med filosofi i modern bemärkelse², men strukturerade diskussioner av vetenskapsteori i konkreta fall kan vara nyttiga: vad det betyder att något "beskriver verkligheten". Du skulle kunna moderera en kort diskussion kring Dawids bok [42] och Polchinskis kommentar [43], som du då måste sätta dig in i. (Quevedos artikel [76] som jag nämnde i projekt 1.7 ovan kommer också från den konferens som Dawid organiserade och Polchinskis kommentar presenterades, så du kan samarbeta med någon som har det projektet.)

¹De här två referenserna är rätt lika men en är gratis! Å andra sidan kan du gärna låna Aitchinson av mig gratis.

²"Naturfilosofi", som Newton höll på med, är ju å andra sidan fysik. För mer diskussion av den poängen, se Conlons bok [44].

1.10 Kosmologiska konstant-problemet

Kapitel 7.3. Utan omsvep kan jag säga att inget annat projekt är någonting jämfört med det här projektet. Inget annat problem verkar vara så långt från att lösas trots så mycket arbete, och verkar ha så viktigt inflytande om vad strängteori är. Men det kräver en del jobb att sätta sig in i på riktigt, tyvärr skrivs det enormt mycket om det här problemet även av forskare som inte verkar ha förstått vad problemet är; ytterst kan det bara lösas genom att konstruera en teori för kvantgravitation. En fantastiskt bra översiktsartikel är Polchinskis [51] (vem annars?), en äldre mer allmän är Weinbergs [52] (vem annars?).

1.11 Stränginspirerade punktpartiklar

Polchinski använder punktpartikeln som exempel på flera ställen (t.ex. kap. 1.2, 4.2, 5.1), men i en lite ovan formulering; världslinjeformalismen, som är "inspirerad av strängteori"³. Att fördjupa sig i den formuleringen kan ge mycket, det påbörjade Ed i sin video och det är kapitel 33 i Schwarz QFT-bok. Bra översiktsartiklar är Schubert [53], som härleder standardexemplet vakuumpolarisering i QED (sektion 4.3), och boken av Bastianelli & van Nieuwenhuizen [54]. Ett annat konkret exempel är t.ex. vår artikel [55], ekvation (6.21)!

I sammanhanget måste man också nämna mjukvaran BlackHat i partikelfysik [57], där många av resultaten kommer från världslinjeformalismen.

1.12 Kvantisering av gaugesystem: BRST

Det kan tyckas oglamoröst att ge sig in i tekniska detaljer om kvantiseringsmetoder av system med tvång, men det kan vara väldigt givande och är en väldigt bred frågeställning. Kapitel 3,4 och 10 i Polchinski använder sig av BRST-metoden så ett projekt är att välja något specifikt där och reda ut det i detalj. BRST, även i klassisk mekanik, är beskrivet i enorm detalj i Henneaux & Teitelboim [56].

1.13 Hawkingstrålning och informationsparadoxen

Om jag slänger in en hårddisk med Wikipedia på i ett svart hål, vart tar informationen vägen, finns den kanske i Hawkingstrålningen?⁴ Hawking sade själv att strängteori redan har löst den här s.k. informationsparadoxen. Men många i strängteori är inte nöjda och många jobbar vidare på det (inklusive Hawking). Projektet är att utgå från Kapitel 13 och 14, men sedan måste du välja någon realisering av svarta hål i strängteori. Det finns väldigt många, men grundidén vore att ta den första: D1-D5-bran-systemet (Strominger-Vafa [66]), men det beskriver bara s.k. "extremala" svarta hål och bara i fem dimensioner. Men det kan räcka för att illustrera poängen.

1.14 Anomalier – kvanteffekter som bryter gaugesymmetri

Kapitel 12.2, samt delar av Peskin & Schroeder kap 19 eller Schwarz kap 30 och 33. Jag skulle föreslå att fokusera på standardmodellen som grundexempel: varför är standardmodellen inkonsistent utan toppkvarken? Men kanske också förklara saker som jag inte riktigt hinner förklara i detalj, som gravitationella anomalier, enligt Alvarez-Gaume-Witten läsbara artikel från 1983 [64]. Sedan koppla det lite grand till Green-Schwarz genombrott 1984 [65] (den "2:a strängrevolutionen") när de visade att anomalifrihet följer från strängteori (som de fick Breakthrough Prize för). Det var kombinationen av Wittens eget "misslyckande" utan strängteori 1983 och Green-Schwarz lyckade beräkning 1984 som fick Witten att "gå över" till strängteori. Här är också en bra översikt på tyska: [77]

³Historiskt är det definitivt fel, för både Feynman och Schwinger använde sådana formalismer. Men utvecklingen av världslinjeformalismen sedan dess har i många avseenden följt utvecklingen i strängteori.

⁴Det här ganska irriterande populärvetenskapliga sättet att uttrycka den s.k. informationsparadoxen på skall egentligen vara så här: betrakta ett snärjt (*entangled*) rent tillstånd ("rent" i bemärkelsen av densitetsmatriser, se Sakurai) där den ena snärjda delen faller in i ett svart hål. Då tar man spåret över den delen och det som blir kvar är ett blandat tillstånd. Detta ger problem med unitaritet, bevaring av sannolikhet.

1.15 Krökta extra dimensioner: Calabi-Yau

Kapitel 17. Om det är krökningen hos de extra dimensionerna som bryter största delen av supersymmetrin till minimal supersymmetri i fyra dimensioner så ställer det intressanta krav på de extra dimensionernas krökning, de måste vara s.k. *Calabi-Yau-mångfalder*. Strängteori var fundamentalt i introduktion av konceptet spegelsymmetri (*mirror symmetry*) i matematik, som säger att varje Calabi-Yau-rum förekommer i två varianter, s.k. "spegelpar". Det är relaterat till frågan om topologi kan ändras dynamiskt i strängteori, som var en "het" fråga i kvantgravitation för länge sedan, och svaret är tydligen ja. Historien bakom står väl beskriven i Brian Greenes första bok [67], det var hans forskningsområde. Det finns massor av material, men det är bra att vara konkret, jag tyckte själv att Skarkes korta översikt [68] var förståelig när jag jobbade med det här, eller Morrisons minikurs [69] (med datorövningar) från en konferens jag medorganiserade 2015. Lite mer avancerat men ändå från grunden står det i Green, Schwarz & Witten, kap. 14 och 15 i Vol. 2.

1.16 Strängteori och talteori

Strängteori har haft visst inflytande på talteori, men definitivt tvärtom. Du kanske kan börja med mina anteckningar om PDF på torusen (överkurs från Matematisk fysik II), men målet vore att förstå något skrivet av tvättäkta matematiker, till exempel Nekovars gratis kursanteckningar [70] tycker jag är en bra introduktion till elliptiska kurvor och liknande. Han ställer den fina frågan: sinusfunktionen är relaterad till enhetscirkeln, men vilken slags funktioner ger isåfall andra kurvor i planet än cirkeln, t.ex. om man börjar med en lemniskatkurva $r^2 = \cos 2\theta$? Svaret är Weierstrassfunktionen⁵ $\wp(z, \tau)$, som är central i torusgeometri, som i sin tur är central i strängteori. Mina uppgifter om linjeknippen i "Marcus stränganteckningar" är inspirerade av Nekovar och kan passa som utgångspunkt. Andra bra böcker är Apostols [71] (mindre geometri än Nekovar men mer strömlinjeformat, med fokus på komplexa funktioner) och Iwaniec (mer om speciella funktioner, även reella) [72].⁶

1.17 Kosmiska strängar

För er som har sett LIGO-paneldebatt-videon så säger Kip Thorne att det bästa vore att se kosmiska strängar med LIGO. Det finns heller inget som utesluter att se dem i mer konventionella teleskop, Witten har pratat mycket om det (folk trodde faktiskt att de redan hade gjort det för ett tag sedan). Men är det strängarna i strängteori? Svar: det finns både teorier för strängliknande objekt i kvantfältteori (dvs. inte fundamentala strängar, men kanske relaterade till dem) och de som verkligen är de fundamentala strängarna som sträckts av universums expansion. Polchinski (igen) har gjort mycket arbete om det och skrivit många tydliga och förståeliga saker [73]. Han brukade på sina föreläsningar illustrera strängarna med en riktig cowboypiska och iklädd cowboyhatt. Claes föreläste på en konferens en gång då Polchinski också föreläste (jag var också där), Claes brukar säga att det var svårslaget när Polchinski tog fram piskan.

1.18 Strängteori, kvarkar och gluoner

Strängteori föddes indirekt i och med Venezianoamplituden 1968, som Veneziano konstruerade för att modellera en viss typ av fenomen i partikelfysik (hadronfysik). Något senare kom insikten (från andra forskare) att Venezianoamplituden följer från en teori av kvantiserade relativistiska strängar. Så ett mål med det här projektet är att mycket kortfattat beskriva den historien [14], men huvudsakligen att försöka förklara vad strängteori gör i teorin för stark växelverkan (QCD) idag. Det finns en direkt experimentellt belagd (!) koppling: färgfältet mellan två kvarkar "ser ut" som ett strängliknande objekt, en s.k. flödestub i QCD (se t.ex. Wikipediasidan för den s.k. Lund-modellen [4]). Men

⁵Ganska coolt att ha sin egen latexkod `\wp`, som alltså ger symbolen \wp i Karl Weierstrass egen handstil...

⁶Lustigt nog har bägge författarna också så kallade elementära böcker om mer algebraisk talteori, alltså grundkurser i matematik, som jag har ytterst svårt att förstå.

flödestuben är inte precis som en fundamental sträng — i projektet skall du sätta dig in i hur man vet att det inte är det. Ett ställe att börja är David Tong's kommentarer i en Cambridge-video om strängteori [15].

Det finns två möjligheter att fixa till det: AdS/CFT (D-bran) som ger en fundamental sträng i en annan bakgrund, eller "effektiv strängteori" (Polchinski-Strominger), där man släpper kopplingen till fundamentala strängar [5].

1.19 D-bran: fluiddynamik

Det finns enormt mycket arbete om tillämpningar av strängteori och D-bran i fluiddynamik. Jag beskriver den i vaga ordalag i introduktionstexten. I fluiddynamik beskriver man relativistiska Navier-Stokes-ekvationerna med ett boostat svart hål [74]. Den här utvecklingen hände huvudsakligen efter Polchinskis bok så här finns inget val annat än att sätta sig in i annan litteratur, men utgångspunkten är ändå kapitel 13, och vad D-bran har att göra med svarta hål som står i kap. 14.

1.20 D-bran: materialfysik

Det finns enormt mycket arbete om tillämpningar av strängteori och D-bran i kond-mat. Det är viktigt att vara medveten att det här ännu inte är accepterat inom kond-mat-forskarsamhället i allmänhet, även om en del kända kond-mat-fysiker (t.ex. Sachdev på Harvard) jobbar med med strängartat folk som Hartnoll [75] (som jag hade en video om på It's). I kond-mat gäller det t.ex. högtemperatursupraledare eller kvantkritiska fenomen (som nobelpriset i fysik 2016). Den här utvecklingen hände huvudsakligen efter Polchinskis bok så här finns inget val annat än att sätta sig in i annan litteratur, men utgångspunkten är ändå kapitel 13.

Mindre kontroversiellt är tillämpning av strängteori-*metoder* i kond-mat utan direkt strängteori-*tolkning*. Om man jämför relativistisk kvantfältteori och ickerelativistisk kvantmekanik, borde inte bara det senare vara relevant i kond-mat? I princip ja, men i praktiken nja; ickerelativistisk kvantfältteori är inte exakt samma sak som (naiv) ickerelativistisk kvantmekanik, för den innehåller "mångkropparsfysik" (*many-body physics*), dvs. partikelantalet är inte bevarat. Partikelproduktion är faktiskt rätt vanligt i kond-mat, fast inte med antipartiklar utan kollektiva fenomen eller kvasipartiklar, t.ex. i en solcell: en foton skapar ett elektron-hål-par. En som har varit väldigt aktiv i det här gränsområdet är McGreevy, hans föreläsningsanteckningar för den årliga doktorandskolan i USA ("TASI") är väldigt kreativa [2], se också hans lite mer grundläggande kurs om "vad är QFT"? [3] som är lika underhållande. En vy från kond-mat-sidan är Fradkins bok [18].⁷

1.21 Kan strängteori hjälpa med grunderna i kvantfysik?

I den vanliga formuleringen av strängteori använder man precis samma form av kvantisering som i vanlig kvantmekanik⁸, så det verkar nästan lite cirkulär logik om det skulle bli något nytt av det, t.ex. när det gäller mätproblemet (hur vågfunktionen egentligen kollapsar vid mätning).⁹ Det finns

⁷Jag trodde länge att det var samma E. Fradkin som gjort fundamentala bidrag till strängteori [19], men när jag träffade Eduardo Fradkin som är argentinare förklarade han att han inte är Efim Fradkin, som var ryss och dessutom nyligen dött. Det kan verka konstigt nuförtiden att man inte kunde ta reda på det enkelt, men det har skett mycket med sökning sedan dess, t.ex. googlar man "A.N. Schellekens" får man Bert Schellekens hemsida (korrekt — "N" för "Norbert") trots att det inte står "A.N. Schellekens" någonstans på hemsidan.

⁸Men måste man? Det finns en ganska absurd offentlig blogg-diskussion om huruvida olika kvantiseringmetoder kan ge olika resultat [6], som är lite mer nyktert sammanfattad i en artikel av Robert Helling [7], Wilhelms nye programledare i München. (Se också [8] av Roberts f.d. handledare, som ger mer sammanhang.) Kontentan är, tror jag, att man inte kan utsluta att det finns nya och bättre kvantiseringmetoder än de vi har, men det finns isåfall inga exempel på sådana andra metoder som folk är överens att de fungerar, i bemärkelsen att de ger korrekta resultat i experimentellt testade situationer.

⁹Många djupa tänkare, som Penrose och Susskind, har påstått saker som att både allmän relativitetsteori och strängteori skulle hjälpa med mätproblemet, men inget som jag rekommenderar att läsa! Problemet är att många tänkare när de blir äldre börjar fokusera på kvantmekanikens grunder ('t Hooft, Weinberg, ...) men vi yngre forskare tenderar att uppfatta det mer som någon slags sjukdom associerad med att bli äldre, och som ofta verkar inträda precis efter man fått nobelpriset. Säkert är det oräddvist. Bryce DeWitt drabbades aldrig av sjukdomen men skrev flera tankvärda och ganska konkreta saker

ändå seriösa argument varför strängteori ändå kanske kan belysa någon av de andra traditionella svårigheterna, som att förstå snärjelse (*entanglement*) på något mer intuitivt sätt.

Det som definitivt redan fanns före strängteori var etablerade exempel på relation mellan kvantteorier och klassiska teorier i kond-mat [3]. Man kan sedan ta AdS/CFT (igen!) som ett slags exempel på hur samma typ av tankar kan fungera i 4 dimensioner; bulkteorin är klassisk medan randteorin har kvantkorrektioner. Ett exempel på det är Ryu-Takayanagi [9], som beskriver snärjelse (*entanglement*) som arean hos en minimalyta i AdS, och det verkar nu vara mer eller mindre accepterat av experter i kvantinformation som Preskill [10] (han som vann vadet med Hawking om informationsparadoxen, se ovan). Ett mer konceptuellt exempel är Bousso's tankar om kvantkommunikation [11] och "härledning" av obestämdhetsrelationen [12]. Mer nyligen har vi samarbete mellan Microsofts projekt om kvantdatorer ("Station Q") och Matt Headrick, som skrev lösningsmanualen till Polchinskis bok i strängteori [13].

1.22 Strängteori, representationsteori och statistisk fysik

Det här är nog mest relevant om du har läst kursen **Symmetrier** och vet lite om Lie-algebra och generaliseringar av det. Försök förstå att Weylkaraktärformeln i Fuchs & Schweigert 13.5 räknar ut tillståndssummor i strängteori, givet symmetrin hos strängbakgrunden. Börja med $SO(8)$ (stabilisatorgruppen för ljusartad vektor i plan $D = 10$) och reducera symmetrin successivt. Det vore bra att förstå *beviset* av Weylkaraktärformeln också förstås, men här handlar det mest om att använda formeln i exempel.

För mer information, låna Itzykson & Drouffes bok [17] om statistisk fysik av mig där de ger flera explicita exempel i kap.9: ekvation (C.20) är Weylformeln och (C.71) är Weyl-Kac-formeln som de illustrerar för $SU(2)$. Låna isåfall även Angelantonj & Sagnottis översiktsartikel [16] för en massa exempel i strängteori, och titta i Jürgens andra bok [26], sektion 2.6. Om man tänker på strängteori som något väldigt abstrakt så är det uppfriskande att läsa Itzykson & Drouffes kapitel 9, som diskuterar termodynamik hos magnetiska material (2-dimensionella Isingmodellen vid kritisk punkt), men plötsligt kommer ord som "Ramond- och Neveu-Schwarz-sektorer" och "superkonform algebra", som man vant sig att associera med strängteori. Itzykson & Drouffes ekvation (334) för normalordning : e^{ikX} : kommer också lite överraskande om man inte är beredd.

1.23 Strängteori och datavetenskap

Min kompis Kasper Peeters skrev ambitiösa arbeten om strängamplituder [20] med Anders Westerberg, som då var här på KaU. Kasper är ingen duvunge: för att klara av de svåra räkningarna skrev han ett eget programspråk, *Cadabra* [25]. Det är verkligen magiskt! Men som andra "hembyggen" kräver det visst intresse i datavetenskap (fast inga djupa kunskaper) för att jobba med. I synnerhet är det Linux-baserat: det finns inte för Windows (utom genom virtuell Linux-maskin, alltså), och för OS X finns det bara som källkod som man får kompilera själv. Jag tänkte nämna det på föreläsning om kapitel 8. Projektet kunde t.ex. vara att gå igenom något av Kaspers standardexempel i *Cadabra*, som variation av supersträngverkan, eller prova att göra någon annan uppgift i *Cadabra* och redovisa det. Kasper är i allmänhet väldigt hjälpsam och brukar svara på mailfrågor om *Cadabra* inom några timmar.

1.24 Nya formuleringar av supersträngteori

Formalismen som Polchinski (och jag) använder för supersträngteori kallas RNS-formalismen. Som Polchinski påpekar i kapitel 12 har världsytteverkan i RNS inga rumtidsspinorer (ψ^μ är en rumtidsvektor!), så det finns ingen chans att ha *manifest* rumtids-supersymmetri. I synnerhet är amplituder som skall vara noll i supersträngteori bara noll för att en massa olika termer tar ut varandra (i

om mätproblemet. Tyvärr tror jag inte de hjälper heller.

spinnstruktursumman), men det hade varit trevligt om de hade varit manifest noll. Det är objektivt en brist i RNS-formalismen. Ett försök till en formalism med rumtidsspinorer på världsytan är Green-Schwarz-formalismen, men som Polchinski skriver finns ingen kovariant kvantisering av den.¹⁰ En variant är Berkovits-formalismen som använder s.k. "rena spinorer" [21, 24] för att implementera det relevanta tvånget med DeWitt-Fadeev-Popov-metoden. Två välkända artiklar om rena spinorer skrevs av Jonas Björnsson (som disputerade här på KaU och skrev manual för Matlab för FYGA15) i samarbete med Michael Green i Cambridge (samma Green som i t.ex. i Green-Schwarz-formalismen och Green-Schwarz-mekanismen) [22, 23]. Jonas artikel [22] är "kvantfältteori med rena spinorer" och går nog delvis att förstå, så det vore ett rimligt projekt. Jonas jobbar på Lamberget och har sagt att han gärna kommer förbi och diskuterar det om någon är intresserad.

1.25 En graviton = två gluoner?

Nej, enligt Weinberg-Witten-satsen [61]. Men ändå? En gammal artikel i strängteori ("KLT" [59], inte att förväxla med den mer citerade "KKLT" [60]) säger att det i någon bemärkelse funkar, som i Polchinski (6.6.23). En ny insikt, s.k. BCJ-dualitet, var viktigt för att det skall funka på enloopsnivå. Dualiteten säger att inte bara färgfaktorerna i Yang-Mills-amplituder (spår över representationsmatriser för Liealgebra) uppfyller en Jacobi-identitet, det gör också kinematiska faktorer uttryckt i rörelsemängder och polariseringar! Det är väldigt överraskande, och icke-trivialt för de kinematiska faktorerna gör det inte automatiskt, påståendet är att det alltid går att arrangera. J:et i BCJ står för Johansson, en Wallenberg-sponsrad ung fysiker i Uppsala. Det här är väldigt spännande pågående forskning, som även har givit ny insikt i exakta lösningar i allmän relativitetsteori (på s.k. Kerr-Schild-form [63], som Claes kan berätta mer om), att ett svart hål kanske är en slags superposition av enklare elementära punktladdningslösningar till Yang-Mills-teori. Det enda hoppet för ett "bevis" av och därmed djupare insikt i BCJ-dualiteten verkar vara via strängteori, kanske är det ovan nämnde Schlotterer som kommer att fixa det [62]? En översiktsartikel om BCJ-tankarna är av C:et i BCJ [58].

References

- [1] R. Blumenhagen and E. Plauschinn, "Introduction to conformal field theory : with applications to String theory," Lect. Notes Phys. **779** (2009) 1.
- [2] J. McGreevy, "TASI lectures on quantum matter (with a view toward holographic duality)," arXiv:1606.08953 [hep-th].
- [3] J. McGreevy, "Whence QFT?," föreläsningssanteckningar till kurs på University of California at San Diego (2014): <http://physics.ucsd.edu/~mcgreevy/s14/239a-lectures.pdf>
- [4] "Lundamodellen", som den heter på skånska:
https://en.wikipedia.org/wiki/Lund_string_model
 är inbyggd i standardmjukvaran Pythia i partikelfysik:
<http://home.thep.lu.se/~torbjorn/Pythia.html>
 Sådana här varianter tycker jag är mer förståeliga:
 A. Casher, H. Neuberger and S. Nussinov, "Chromoelectric Flux Tube Model of Particle Production," Phys. Rev. D **20** (1979) 179. doi:10.1103/PhysRevD.20.179
- [5] O. Aharony and Z. Komargodski, "The Effective Theory of Long Strings," JHEP **1305** (2013) 118 doi:10.1007/JHEP05(2013)118 [arXiv:1302.6257 [hep-th]].
- [6] "The LQG Landscape", bloggdiskussion
<https://golem.ph.utexas.edu/distler/blog/archives/000855.html>
- [7] R. C. Helling, "Lessons from the LQG string," hep-th/0610193.

¹⁰Han kallar den "unwieldy", men Green och Schwarz kallar RNS-formalismen ungefär samma sak i sin bok!

- [8] H. Nicolai, K. Peeters and M. Zamaklar, “Loop quantum gravity: An Outside view,” *Class. Quant. Grav.* **22** (2005) R193 doi:10.1088/0264-9381/22/19/R01 [hep-th/0501114].
- [9] T. Nishioka, S. Ryu and T. Takayanagi, “Holographic Entanglement Entropy: An Overview,” *J. Phys. A* **42** (2009) 504008 doi:10.1088/1751-8113/42/50/504008 [arXiv:0905.0932 [hep-th]].
- [10] F. Pastawski and J. Preskill, “Code properties from holographic geometries,” arXiv:1612.00017 [quant-ph].
- [11] R. Bousso, “Universal Limit on Communication,” arXiv:1611.05821 [hep-th].
- [12] R. Bousso, “Flat space physics from holography,” *JHEP* **0405** (2004) 050 doi:10.1088/1126-6708/2004/05/050 [hep-th/0402058].
- [13] M. Freedman and M. Headrick, “Bit threads and holographic entanglement,” arXiv:1604.00354 [hep-th].
- [14] A. Cappelli, E. Castellani, F. Colomo and P. Di Vecchia, “The birth of string theory,” *Obs: de flesta av kapitlen finns på arXiv, t.ex. Ramonds på <https://arxiv.org/abs/0708.3656>, med kommentaren om Neveu-Schwarz artikel “I remain to this day baffled by their lack of acknowledgment of the seminal role of my work.”.*
- [15] “Elemental Ideas – String Theory Part Two”, Video från Cambridge, <http://www.cambridge-tv.co.uk/elemental-ideas-string-theory-part-two/>
- [16] C. Angelantonj and A. Sagnotti, “Open strings,” *Phys. Rept.* **371** (2002) 1 Erratum: [*Phys. Rept.* **376** (2003) no.6, 407] doi:10.1016/S0370-1573(02)00273-9, 10.1016/S0370-1573(03)00006-1 [hep-th/0204089].
- [17] C. Itzykson and J. M. Drouffe, “Statistical Field Theory. Vol. 2: Strong Coupling, Monte Carlo Methods, Conformal Field Theory, And Random Systems,” Cambridge, UK: Univ. Pr. (1989) 405-810
- [18] E. H. Fradkin, “Field Theories of Condensed Matter Physics,” *Front. Phys.* **82** (2013) 1.
- [19] E. S. Fradkin and A. A. Tseytlin, “Nonlinear Electrodynamics from Quantized Strings,” *Phys. Lett.* **163B** (1985) 123. doi:10.1016/0370-2693(85)90205-9
- [20] K. Peeters, P. Vanhove and A. Westerberg, “Towards complete string effective actions beyond leading order,” *Fortsch. Phys.* **52** (2004) 630 doi:10.1002/prop.200310155 [hep-th/0312211].
- [21] N. Berkovits, “Origin of the Pure Spinor and Green-Schwarz Formalisms,” *JHEP* **1507** (2015) 091 doi:10.1007/JHEP07(2015)091 [arXiv:1503.03080 [hep-th]].
- [22] J. Bjornsson, “Multi-loop amplitudes in maximally supersymmetric pure spinor field theory,” *JHEP* **1101** (2011) 002 doi:10.1007/JHEP01(2011)002 [arXiv:1009.5906 [hep-th]].
- [23] J. Bjornsson and M. B. Green, “5 loops in 24/5 dimensions,” *JHEP* **1008** (2010) 132 doi:10.1007/JHEP08(2010)132 [arXiv:1004.2692 [hep-th]].
- [24] O. A. Bedoya and N. Berkovits, “GGI Lectures on the Pure Spinor Formalism of the Superstring,” arXiv:0910.2254 [hep-th].
- [25] K. Peeters, “Introducing Cadabra: A Symbolic computer algebra system for field theory problems,” hep-th/0701238 [HEP-TH].
Hemsida: <http://cadabra.science/>
- [26] J. Fuchs, “Affine Lie algebras and quantum groups: An Introduction, with applications in conformal field theory,” (1992), Cambridge.

- [27] J. Cohn, D. Friedan, Z. a. Qiu and S. H. Shenker, "Covariant Quantization of Supersymmetric String Theories: The Spinor Field of the Ramond-neveu-schwarz Model," Nucl. Phys. B **278** (1986) 577. doi:10.1016/0550-3213(86)90053-2
- [28] O. Schlotterer, "Scattering amplitudes in open string theory" (2011), avhandling på LMU München,
https://edoc.ub.uni-muenchen.de/13381/1/Schlotterer_Oliver.pdf
- [29] P. Di Francesco, P. Mathieu, D. Senechal, "Conformal Field Theory" (1992)
<http://www.springer.com/gp/book/9780387947853>
- [30] P. H. Ginsparg, "Applied Conformal Field Theory," hep-th/9108028.
- [31] T. Gannon, "Moonshine beyond the Monster The Bridge Connecting Algebra, Modular Forms and Physics," (2010), Cambridge.
- [32] S. Kachru, "Elementary introduction to Moonshine," arXiv:1605.00697 [hep-th].
- [33] S. Rychkov, "EPFL Lectures on Conformal Field Theory in $D \geq 3$ Dimensions," doi:10.1007/978-3-319-43626-5 arXiv:1601.05000 [hep-th].
- [34] A. Svensson, "Path Integral for the Hydrogen Atom: Solutions in two and three dimensions" (2016), examensarbete på KaU, fulltext från DiVA:
<http://kau.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A947133&dswid=1483003935491>
- [35] P. Cartier and C. DeWitt-Morette, "Functional Integration Action and Symmetries," (2010), Cambridge.
- [36] H. Kleinert, "Path Integrals in Quantum Mechanics, Statistics, Polymer Physics, and Financial Markets," World Scientific, Singapore, 2004
- [37] H. Kleinert, "Gauge fields in condensed matter. Vol. 2: Stresses and defects. Differential geometry, crystal melting," Singapore, Singapore: World Scientific (1989) 744-1456
- [38] S. P. Martin, "A Supersymmetry primer," Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **21** (2010) 1 [hep-ph/9709356].
- [39] I. J. R. Aitchison, "Supersymmetry in Particle Physics. An Elementary Introduction," Cambridge, UK: Univ. Pr. (2007) 222 p
- [40] L. E. Ibanez and A. M. Uranga, "String theory and particle physics: An introduction to string phenomenology,"
- [41] E. Kiritsis, "String theory in a nutshell," Princeton University Press, 2007
- [42] R. Dawid, "String theory and the scientific method," (2013), doi:10.1017/CBO9781139342513
- [43] J. Polchinski, "Why trust a theory? Some further remarks (part 1)," arXiv:1601.06145 [hep-th].
- [44] J. Conlon, "Why string theory?," (2016).
- [45] D. Baumann and L. McAllister, "Inflation and String Theory," arXiv:1404.2601 [hep-th].
- [46] S. Kachru, R. Kallosh, A. D. Linde, J. M. Maldacena, L. P. McAllister and S. P. Trivedi, "Towards inflation in string theory," JCAP **0310** (2003) 013 doi:10.1088/1475-7516/2003/10/013 [hep-th/0308055].
- [47] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], "Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation," Astron. Astrophys. **594** (2016) A20 doi:10.1051/0004-6361/201525898 [arXiv:1502.02114 [astro-ph.CO]].

- [48] L. A. Anchordoqui *et al.*, “String Resonances at Hadron Colliders,” *Phys. Rev. D* **90** (2014) no.6, 066013 doi:10.1103/PhysRevD.90.066013 [arXiv:1407.8120 [hep-ph]].
- [49] J. Kretzschmar [ATLAS and CMS Collaborations], “Searches for extra dimensions with the ATLAS and CMS detectors,” *Nucl. Part. Phys. Proc.* **273-275** (2016) 541. doi:10.1016/j.nuclphysbps.2015.09.080
- [50] The ATLAS collaboration [ATLAS Collaboration], “Search for supersymmetry with two and three leptons and missing transverse momentum in the final state at $\sqrt{s}=13$ TeV with the ATLAS detector,” ATLAS-CONF-2016-096.
- [51] J. Polchinski, “The Cosmological Constant and the String Landscape,” hep-th/0603249.
- [52] S. Weinberg, “The Cosmological Constant Problem,” *Rev. Mod. Phys.* **61** (1989) 1. doi:10.1103/RevModPhys.61.1
- [53] C. Schubert, “Perturbative quantum field theory in the string inspired formalism,” *Phys. Rept.* **355** (2001) 73 doi:10.1016/S0370-1573(01)00013-8 [hep-th/0101036].
- [54] F. Bastianelli and P. van Nieuwenhuizen, “Path integrals and anomalies in curved space,” (2006), Cambridge.
- [55] M. Berg, I. Buchberger and O. Schlotterer, “String-motivated one-loop amplitudes in gauge theories with half-maximal supersymmetry,” arXiv:1611.03459 [hep-th].
- [56] M. Henneaux and C. Teitelboim, “Quantization of gauge systems,” Princeton, USA: Univ. Pr. (1992) 520 p
- [57] Z. Bern, L. J. Dixon, F. Febres Cordero, S. Höche, H. Ita, D. A. Kosower, D. Maître and K. J. Ozeren, “The BlackHat Library for One-Loop Amplitudes,” *J. Phys. Conf. Ser.* **523** (2014) 012051 doi:10.1088/1742-6596/523/1/012051 [arXiv:1310.2808 [hep-ph]].
- [58] J. J. M. Carrasco, “Gauge and Gravity Amplitude Relations,” arXiv:1506.00974 [hep-th].
- [59] H. Kawai, D. C. Lewellen and S. H. H. Tye, “A Relation Between Tree Amplitudes of Closed and Open Strings,” *Nucl. Phys. B* **269** (1986) 1.
- [60] S. Kachru, R. Kallosh, A. D. Linde and S. P. Trivedi, “De Sitter vacua in string theory,” *Phys. Rev. D* **68** (2003) 046005, [hep-th/0301240].
- [61] G. T. Horowitz and J. Polchinski, “Gauge/gravity duality,” In *Oriti, D. (ed.): Approaches to quantum gravity* 169-186 [gr-qc/0602037].
- [62] S. He and O. Schlotterer, “Loop-level KLT, BCJ and EYM amplitude relations,” arXiv:1612.00417 [hep-th].
- [63] A. K. Ridgway and M. B. Wise, “Static Spherically Symmetric Kerr-Schild Metrics and Implications for the Classical Double Copy,” *Phys. Rev. D* **94** (2016) no.4, 044023 doi:10.1103/PhysRevD.94.044023 [arXiv:1512.02243 [hep-th]].
- [64] L. Alvarez-Gaume and E. Witten, “Gravitational Anomalies,” *Nucl. Phys. B* **234** (1984) 269. doi:10.1016/0550-3213(84)90066-X
- [65] M. B. Green and J. H. Schwarz, “Anomaly Cancellation in Supersymmetric D=10 Gauge Theory and Superstring Theory,” *Phys. Lett.* **149B** (1984) 117. doi:10.1016/0370-2693(84)91565-X
- [66] A. Strominger and C. Vafa, “Microscopic origin of the Bekenstein-Hawking entropy,” *Phys. Lett. B* **379** (1996) 99 doi:10.1016/0370-2693(96)00345-0 [hep-th/9601029].

- [67] B. R. Greene, "The elegant universe: Superstrings, hidden dimensions, and the quest of the ultimate theory," New York, USA: Norton (1999) 448 p
- [68] H. Skarke, "String dualities and toric geometry: An Introduction," Chaos Solitons Fractals **10** (1999) 543 doi:10.1016/S0960-0779(98)00161-1 [hep-th/9806059].
- [69] D. Morrison, "Computing with Calabi-Yau manifolds", med övningar av Andreas Braun, <https://nms.kcl.ac.uk/sakura.schafer-nameki/GGI/scheduleSchool.html>
- [70] J. Nekovar, "Analytic Number Theory" (2004), <https://webusers.imj-prg.fr/~jan.nekovar/co/ln/el/>
(Jag hittade Nekovars kurs från att titta igenom alla anteckningar ned till nummer 49 på http://www.numbertheory.org/ntw/lecture_notes.html)
- [71] T. Apostol, "Modular Functions and Dirichlet Series in Number Theory", 2nd ed., Springer-Verlag, 1990.
- [72] H. Iwaniec, "Spectral methods of automorphic forms" (1995), American Mathematical Society.
- [73] J. Polchinski, "Introduction to cosmic F- and D-strings," hep-th/0412244.
https://en.wikipedia.org/wiki/Cosmic_string
- [74] V. E. Hubeny, S. Minwalla and M. Rangamani, "The fluid/gravity correspondence," arXiv:1107.5780 [hep-th].
- [75] S. A. Hartnoll, A. Lucas and S. Sachdev, "Holographic quantum matter," arXiv:1612.07324 [hep-th].
- [76] F. Quevedo, "Is String Phenomenology an Oxymoron?," arXiv:1612.01569 [hep-th].
- [77] Römer, "Anomalien" (1997, på tyska)
<http://www.itp.uni-hannover.de/saalburg/Lectures/roemer.pdf>