

7/5: Kvantfysikens principer, 2

Elektron-dubbelspaltexperimentet



Om elektronen uppför sig som en våg,
vad är frekvensen ω ? vågtalet $\vec{k}$? (jfr. $\psi = Ae^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$)

Svar: (mer senare) $\omega = \frac{E}{\hbar}$, $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

h = Planck's konstant = $6,63 \cdot 10^{-34}$ Js

Heisenbergs obeständhetsrelation: $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$

↑
feynman inte så noga

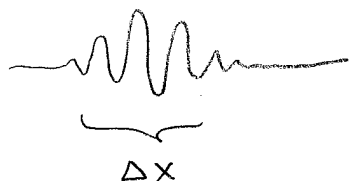
Men om $\psi = Ae^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ och $\vec{p} = \hbar \vec{k}$,

då vet vi $\vec{p}$ (och därmed p_x , för $\vec{p} = (p_x, p_y)$)

väldigt noggrant $\Delta p_x \approx 0 \Rightarrow \Delta x \rightarrow \infty$

OK - vågen är inte på något
speciellt ställe!

Om å andra sidan vågen är
"ungefär lokaliserad", dvs. ett vågpaket:



då om $\Delta x \rightarrow 0$

så går $\Delta p \rightarrow \infty$

våglängden obeständ!

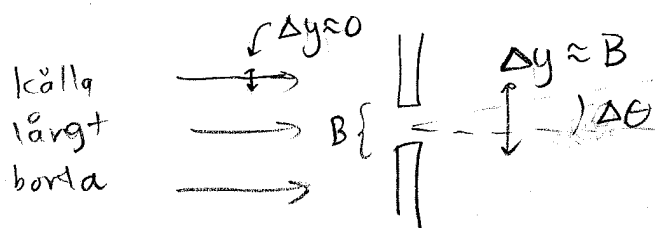
klassiskt faktum för vågor: Fourieranalys jfr. 2-P3

Konceptfråga 1
(sid. 69)

(många basvågor med olika
våglängder behövs för att
göra ett snyggt vågpaket)

①

Partiklar igen:

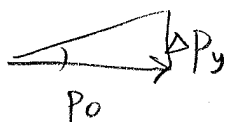


Δy)

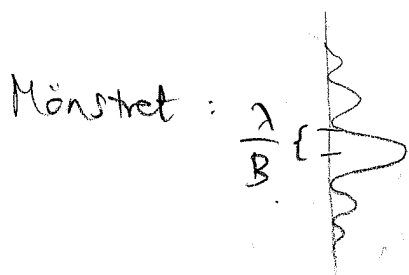
klassiskt (dvs. utan kvantfysik) : $\Delta y = 0$ före
(kvantfysik : $\Delta y \approx 0$)

Efter : $\Delta y \approx B$ diffraction

Δp_y)



$$\frac{\Delta p_y}{p_0} = \tan \Delta \theta \approx \Delta \theta$$
$$\Rightarrow \Delta p_y \approx p_0 \Delta \theta$$



$$\Rightarrow \Delta \theta \approx \frac{\lambda}{B}$$

(bara intresserad
av storleksordn,
strunta i 2)

$$\Delta p_y = p_0 \Delta \theta \approx p_0 \frac{\lambda}{B}$$

B mindre $\Rightarrow \Delta y \downarrow, \Delta p_y \uparrow$

$$\Delta y \Delta p_y \approx B \cdot p_0 \frac{\lambda}{B} = p_0 \lambda = \hbar k \cdot \lambda$$
$$= \hbar \frac{2\pi}{\lambda} \lambda = 2\pi \hbar = h$$

inte härledning, bara ett exempel.
(av osäkerhetsrelationen)

Gitter ("Suppose we..." s. 2-3 till ekv. (2-7))
är bra att läsa.

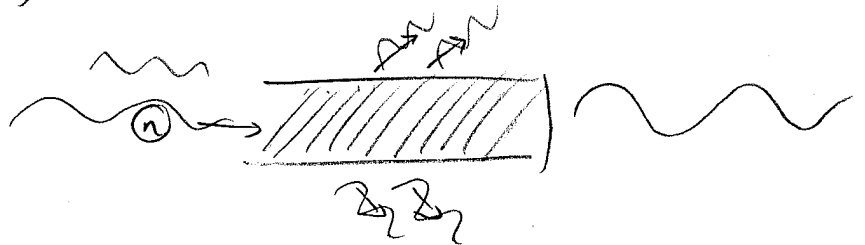
Några tillämpningar: (ev. mer senare!)

- 1) om elektroner är vågor måste våglängden vara ytterst liten $\text{))))))\bullet\text{))))))$
(jfr. fripartikel: $E = \frac{p^2}{2m}$ ickorelativistiskt och m litet $\Rightarrow$ stor energi $\Rightarrow$ stor frekvens)

— kan "upplösa" (i datorbemärkelsen "skärmapplösning") bra

Spektroskopi, mikroskop, ... (t.ex. F s. 2-5)

- 2) om neutroner är vågor måste långsamma neutroner ha ganska lång våglängd — går rakt igenom gitter med liten gitterkonstant, t.ex. grafit
Kärnreaktorer, ... (t.ex. F s. 2-5)



Väteatomens storlek (uppskattning...)

För det första:   sannolikhetsmoln
OK

rotation $\Rightarrow$ acceleration $\Rightarrow$ strålning $\Rightarrow$ energiförlust
alla atomer skulle kollapsa

Kvantfysik:

$$p \approx \frac{h}{a}$$

väte



$$\Delta x \approx a$$

(säg att vi inte vet a !)

$$\text{Rörelseenergi} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2ma^2}$$

$$\text{Potentiell energi} = -\frac{e^2}{a} \quad (\text{definiera som } 0 \text{ för } a \rightarrow \infty)$$

$$E = \text{total energi} = \frac{h^2}{2ma^2} - \frac{e^2}{a} \quad \text{minimera!} \quad \uparrow$$

$$\frac{dE}{da} = -\frac{h^2}{ma^3} + \frac{e^2}{a^2} = 0 \quad \text{kalla } a \text{ i minimi-energi-konfigurationen för } a_0$$

$$-\frac{h^2}{ma_0^3} + \frac{e^2}{a_0^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = \frac{h^2}{me^2} \approx 1 \text{ Å}$$

$$E(a_0) = -\frac{e^2}{2a_0} = -13.6 \text{ eV} = 1 \text{ Rydberg}$$

$\uparrow$
fusk... (väteatomens joniseringsenergi)

Konceptfråga 2: Gör den här räkningen

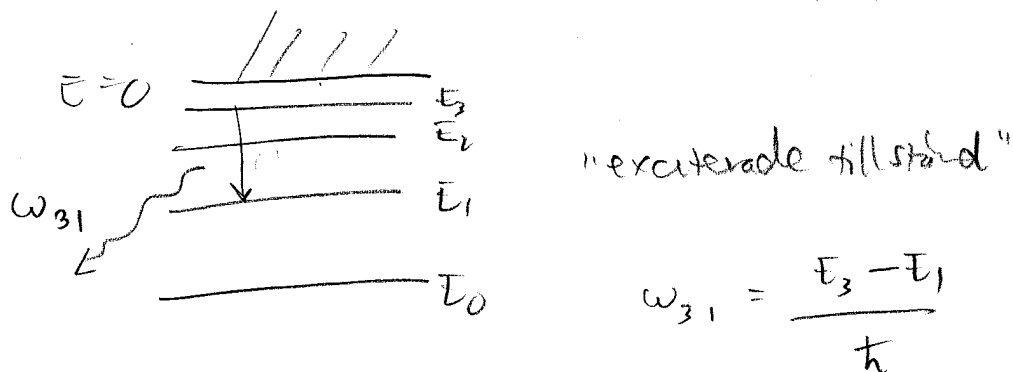
A) $\frac{h^2}{me}$ Alla andra

B) e/mh 1

C) e^2mh

energi-nivåer

Bundet tillstånd egentligen (elektronen inte fripartikel, $E \neq \frac{p^2}{2m}$)



vidare $\omega_{30} = \frac{E_3 - E_0}{\hbar}$, $\omega_{10} = \frac{E_1 - E_0}{\hbar}$, etc.

Nämligen $\omega_{30} = \frac{E_3 - E_0}{\hbar} = \frac{E_3 - E_1 + E_1 - E_0}{\hbar} = \omega_{10} + \omega_{31}$

två spektrallinjer $\Rightarrow$ förutsäger en tredje

känt före kvantfysik — här naturligt

Filosofi?

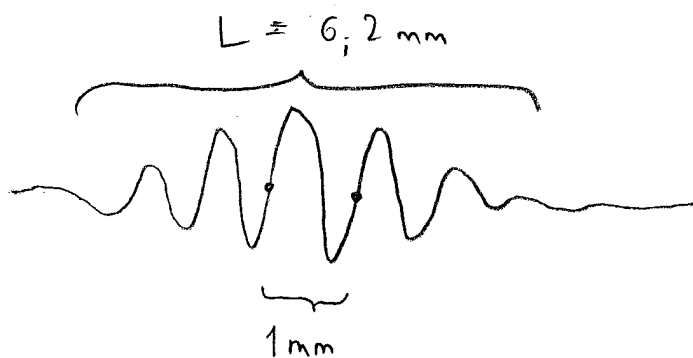
Positivism (jfr. tex F.s.2-8, Weinbergs "Dreams of a final theory")
— bara det som kan mätas "finns", eller?

Men här pratar vi om p , och x , trots att $\Delta p, \Delta x \neq 0$

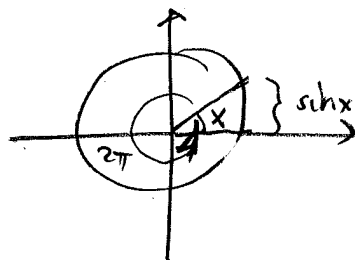
Svar: man behöver inte ge upp "mellansteg"
även om de inte dyker upp i slutsvaret.

frivilja? ... även klassiskt finns praktiskt
oförutsägbara saker — med praktisk Δx
(jfr. kaos-teori)

KONCEPTFRÅGA 1



$$\sin(2\pi + x) = \sin(x)$$



om exakt $\sin(kx)$ (vilket det inte är här), så gäller alltså $k\lambda = 2\pi$ dvs $\lambda = 2\pi/k$

n = antalet vågor i vågtåg av längd L : $\frac{L}{\lambda} = \frac{L}{2\pi/k} = \frac{kL}{2\pi}$

vad är osäkerheten i k ovan, dvs Δk ?

Svar)

$$\Delta n = 1 \Rightarrow \Delta k = \frac{\Delta n \cdot 2\pi}{L} = 1 \text{ mm}^{-1}$$

A) 1 mm^{-1}	5	4
B) 6 mm^{-1}	4	3
C) $12\pi \text{ mm}^{-1}$	1	4

