

19/5

Kvantfysikens principer, 7

Repetition: i ett 2-tillståndssystem

säg Stern och Gerlach $\begin{bmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{bmatrix}$ på

skärmen. Är inte det uppenbart? (Tänk på en "opolariserad stråle av kompassnålar")

Svar: Ja, om vi vet att det är ett två-tillståndssystem.Annars, för "kompassnålar", $\begin{bmatrix} | \end{bmatrix}$ Tidsutveckling"Vänta" - apparaten: från t till $t + \Delta t$

$$\langle i | \psi(t + \Delta t) \rangle = \langle i | U(t + \Delta t, t) | \psi(t) \rangle$$

↓ förra gången: allmänna
tillstånd $|i\rangle \rightarrow$ bas tillstånd $|i\rangle$
med utvecklingskoefficienter C_i

$$= \sum_j \langle i | U(t + \Delta t, t) | j \rangle \langle j | \psi(t) \rangle$$

$$\text{dvs. } C_i(t + \Delta t) = \sum_j U_{ij}(t + \Delta t, t) C_j(t)$$

$$\Delta t = 0 \Rightarrow U_{ij}(t + 0) = \delta_{ij}$$

$$\text{Taylorutveckla } U: U_{ij}(t + \Delta t, t)$$

$$= \delta_{ij} + (\text{något}) \times \Delta t$$

↑ kalla detta $-\frac{i}{\hbar} H_{ij}(t)$

①

← δ_{ij} tar ut

Bilda
$$\frac{C_i(t + \Delta t) - C_i(t)}{\Delta t} = -\frac{i}{\hbar} \sum_j H_{ij}(t) C_j(t)$$

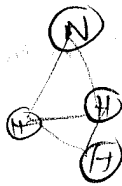
$\Delta t \rightarrow 0$
 $\Rightarrow$
$$i\hbar \frac{dC_i(t)}{dt} = \sum_j H_{ij}(t) C_j(t)$$

specialfall (t.ex. rumsoberoende) av
 Schrödingerkvationer

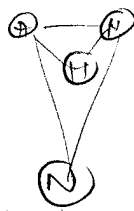
om 8-11: Bevisa F ekv. (8.40)

$$H_{ij}^* = H_{ji} \quad (\text{"hermitisk matris"})$$

Ex Ammoniak (enormt förenklat)



$|1\rangle$



$|2\rangle$

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = H_{11} C_1 + H_{12} C_2$$

$$i\hbar \frac{dC_2}{dt} = H_{21} C_1 + H_{22} C_2$$

symmetri $\Rightarrow H_{11} = H_{22} = E_0$
 $H_{12} = H_{21} = -A$

Tillåt "övergång", dvs "flipp" $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$

vilket motsvarar $A \neq 0$. (jfr. kap 7-3 om intressant)

Lös diff-ekvation (bilda linj.komb.) F s. 8-12

$$\Rightarrow C_1(t) = \frac{a}{2} e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 - A)t} + \frac{b}{2} e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 + A)t}$$

$$C_2(t) = \frac{a}{2} e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 - A)t} - \frac{b}{2} e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 + A)t}$$

↑
 integrations-
 konstanter

Ex $b = 0$

$$\Rightarrow C_1(t) = \frac{a}{2} e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 - A)t}$$

$$C_2(t) = -1$$

Frekvens: lös av $e^{-i\omega t}$

$$\omega = \frac{E_0 - A}{\hbar} \Rightarrow \underline{\text{energi} = \hbar\omega = E_0 - A}$$

$$a = 0 \Rightarrow \text{energi } E_0 + A$$

Ex: $b = 0$ och $A = 0 \Rightarrow \text{energi } E_0$

$$a = 0 \text{ och } A = 0 \Rightarrow E_0$$

$\Rightarrow$ utan A , sk. "degenererade" tillstånd
(dvs. samma energi)

Ex börja med $|1\rangle$ dvs. $C_1(0) = 1$
 $C_2(0) = 0$

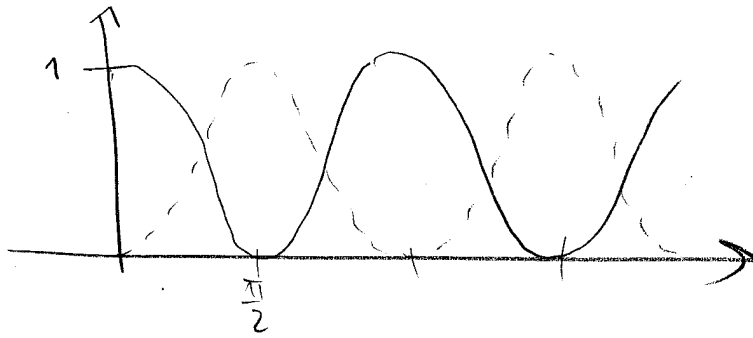
steppa in $\Rightarrow a = b = 1$

$$\Rightarrow C_1(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} E_0 t} \left(\frac{e^{\frac{i}{\hbar} A t} + e^{-\frac{i}{\hbar} A t}}{2} \right)$$

$$C_2(t) = -1 \left(\frac{-}{-} \right)$$

$$\cos \frac{At}{\hbar}$$

$$P(\text{hittar } |2\rangle \text{ vid tiden } t) = |C_2(t)|^2 = \sin^2 \frac{At}{\hbar}$$



Conceptfråga 8:

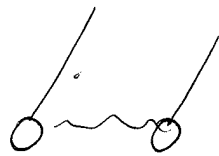
Vad stämmer om jag mäter vid $t = \frac{\pi}{2}$? $t = \frac{\pi}{4}$?

5 (A) Om jag mäter vid $t = \frac{\pi}{2}$,
hittar jag en superposition $\frac{1}{2}|1\rangle + \frac{1}{2}|2\rangle$

3 (B) jag hittar $E_0 + A$ 50% av gångerna
 $E_0 - A$ 50% av gångerna (R)

2 (C) jag hittar alltid E_0

Jön för kopplade pendlar (matematiskt, inte fysikaliskt)



stationärt



— 1 —



"byter"

"dand"

dand"

Superposition

$|1\rangle$ och $|2\rangle$ är inte stationära bestillstånd
(börjar jag med $C_1(0) = 1$, $C_2(0) = 0$ för jag $C_2(t) \neq 0$)

jfr. ~~ex~~ med $b = 0 \Rightarrow C_1(t) = C_2(t)$ Aha!

Pröva $|I\rangle = |1\rangle + |2\rangle$?
 $|II\rangle = |1\rangle - |2\rangle$.

Problem: $\langle I|I\rangle = (\langle 1| + \langle 2|)(|1\rangle + |2\rangle)$
 $= \underbrace{\langle 1|1\rangle}_{=1} + \underbrace{\langle 1|2\rangle}_{=0} + \underbrace{\langle 2|1\rangle}_{=0} + \underbrace{\langle 2|2\rangle}_{=1}$
 $= 2$ inte normerade

Normera:

$$|I\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle + |2\rangle)$$

$$|II\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle - |2\rangle)$$

Nu hittar vi ekv. för $C_I = \langle I|\psi\rangle$
 $C_{II} = \langle II|\psi\rangle$

$$i\hbar \frac{dC_I}{dt} \stackrel{\text{anv. lösning för } t=0}{=} i\hbar \frac{d}{dt} e^{-\frac{i}{\hbar}(\epsilon_0 + A)t}$$

$$= i\hbar \cdot \left(-\frac{i}{\hbar}(\epsilon_0 + A)\right) C_I$$

$$= (\epsilon_0 + A) C_I \quad \text{dvs. } H_{I,II} = 0$$

ingen "övergång"

(5)

Om jag börjar med $|I\rangle$, vad mäter jag vid $t = \frac{\pi}{4}$?

2 (A) $(E_0 + A) - (E_0 + A) = 2A$

3 (B) E_0 i medeltal

4 (C) Alltid $E_0 + A$ (oavsett t) (R)

Vi mäter alltid någon viss energi

för dubbelspalt: mäter alltid något x) } för en partikel!
 $S - 6$: $\boxed{\odot}$ eller $\boxed{\bullet}$
