

Lösning int. uppg 1

1a) Man kan bara upplösa om
avståndet är $\approx \lambda$ (våglängden)
(se kompendium fig. 11)

rörelse-
energi: $E_k = \frac{p^2}{2m}$ (icke-relativistiskt, OK om $v \ll c$)

$$p = \hbar k = \hbar \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} \quad (\hbar = \frac{h}{2\pi})$$

(Feynman 2-2)

$$E_k = \frac{(h/\lambda)^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

elektrisk potentiell energi $E_{el} = e \Delta V$

energins bevarande: $E_k = E_{el}$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{2m\lambda^2} = e \Delta V$$

$$\Delta V = \frac{h^2}{2me\lambda^2} = \frac{(7 \cdot 10^{-34})^2}{2(1 \cdot 10^{-30})(2 \cdot 10^{-19})(10 \cdot 10^{-9})^2}$$

$$\approx 15 \text{ mV}$$

$$\left(v = \frac{p}{m} = \frac{h}{m\lambda} \approx 70 \text{ km/s} \ll c, \text{ OK} \right)$$

1b) $E_\gamma = \hbar \omega$
 foton $\nearrow$ (Feynman 2-1)

$v = \frac{\omega}{k}$ fashastighet i allmänhet, här $v = \overset{\text{fotoner}}{\downarrow} c$

$$\Rightarrow \omega = kc = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

$$\Rightarrow E_\gamma = \hbar \omega = \hbar \cdot \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda}$$

I tal: $E_k(\text{elektronen}) = 0,015 \text{ eV}$

$$E_\gamma = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(7 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{(10 \cdot 10^{-9})} \approx 124 \text{ eV}$$

> 8000 gånger mer energi per partikel

1c) vill ha Δx högst 10 nm

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{1 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot (10 \cdot 10^{-9})} \approx \underline{\underline{5 \cdot 10^{-27} \text{ kgm/s}}}$$

Om t.ex detaljen är $(10 \text{ nm})^3$ och har ungefär vattendensitet väger det $(10^{-8})^3 \cdot 10^3 \text{ kg} = 10^{-21} \text{ kg}$.

$$\Rightarrow \Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{M} \geq \frac{5 \cdot 10^{-27}}{10^{-21}} \geq 5 \mu\text{m/s}$$

ganska mycket — men bilden tar väldigt snabbt.

1d) inte i närmsta framtiden.

Men se t.ex kschwabresearch.com

$$\begin{aligned} \Delta x \approx 1 \mu\text{m} &\Rightarrow \Delta p_x \approx \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{1 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 10^{-6}} = \\ \text{transistor} \nearrow &= 5 \cdot 10^{-29} \text{ kgm/s} \end{aligned}$$

I artikeln Nature 05027

får de ned osäkerheten i en transistors $\Delta x, \Delta p_x$ till $\Delta x \Delta p_x \approx 4 \cdot \frac{\hbar}{2}$, dvs. nästan!

De hävdar att de uppmätt "kvant-reaktionen", dvs. när transistorns läge är så nogga känt vill den "trycka tillbaka" för att öka Δp_x , så inte $\Delta x \Delta p_x < \frac{\hbar}{2}$ inträffar.

viktigt: $(\Delta p)_{\text{exp. noggrannhet}}$

väldigt användbara koncept är $(\Delta p)_{\text{oberoendhet}}$

vågpartikeldualitet $\Delta p \rightarrow$ "inbyggd"!

Wm

