



Kvantfysikens principer, FK2003

Extramaterial 2: Stern-Gerlach med fotoner, v1.1

Det står inget om S-G med fotoner i Feynman, så det här extrabladet utgör kurslitteratur för den här biten av kursen.

1 Stern-Gerlach med fotoner

Vi har mest tittat på spinn-1-exemplet med tre strålar, så vi har haft tre bastillstånd $|+S\rangle$, $|0S\rangle$, $|-S\rangle$. Nu tar vi två bastillstånd, $|+S\rangle$ och $|-S\rangle$.

Som experimentellt förverkligande av $|+S\rangle$ och $|-S\rangle$ betraktar vi horisontalpolariserade och vertikalpolariserade fotoner:

$$|H\rangle \text{ och } |V\rangle \quad (1)$$

och istället för den “roterade apparaten” T med bastillstånd $|+T\rangle$ och $|-T\rangle$ så betraktar vi diagonalt polariserade och “antidiagonalt”¹ polariserade fotoner

$$|D\rangle \text{ och } |\bar{D}\rangle \quad (2)$$

där

$$|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) \quad (3)$$

$$|\bar{D}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle) \quad (4)$$

varifrån man ser $\langle H|D\rangle = 1/\sqrt{2}$, etc. Om vi nu tar en uppställning av polarisationsfilter (stråldelare + halvvågspaltor) som delar upp en inkommande fotonstråle i två strålar utefter en förutbestämd axel, kan vi beteckna dem abstrakt

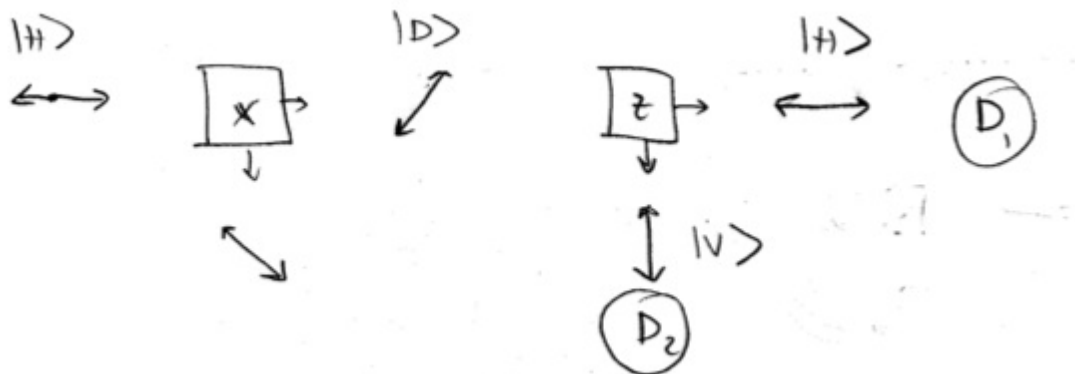
$$H/V\text{-filter} \xrightarrow{V} . \quad (5)$$

Det kan finnas en stråle H som går åt något annat håll; pilen betyder att vi bara tar ut strålen V . Vi kan betrakta följden

$$H/V\text{-filter} \xrightarrow{H} D/\bar{D}\text{-filter} \xrightarrow{D} H/V\text{-filter} \xrightarrow{V} \quad (6)$$

¹en kvadrat har två diagonaler: kalla den ena diagonal och den andra antidiagonal.

vilket motsvarar experimentupställningen



och i S-G-notation kan vi skriva det som

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \right\} \quad (7)$$

$S \quad T \quad S$

(Notera att den första SG-apparaten inte ritas ut i KiKo-bilderna: den preparerar ett rent tillstånd $|+S\rangle$.) Då är amplituden att mäta $|V\rangle$ (dvs. $| - S \rangle$) i detektor D_2 efteråt

$$\langle -S | +T \rangle \langle +T | +S \rangle \quad (8)$$

eller

$$\langle V | D \rangle \langle D | H \rangle \quad (9)$$

som vi diskuterade förut. Konkret blir det

$$\langle V | D \rangle \langle D | H \rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2} \quad (10)$$

dvs. sannolikheten är $P(V) = (1/2)^2 = 1/4$. Det är inte konstigt eftersom vi efter att ha skapat ett rent tillstånd i den första apparaten har "slängt bort" hälften av fotonerna först i T sedan "slängt bort" hälften av de som blev kvar i den sista apparaten S , så vi får en fjärdedel kvar.

Nu har vi samma frågeställning som förut (kap.5) hur vi testar kvant-interferens: släpper man in fler vågor kan man detektera färre partiklar i vissa punkter (som i dubbelspaltexperimentet); destruktiv interferens. Att "ta bort filtret på T " betyder nu att leda tillbaka strålen D som vi delade upp i $D/\bar{D}$ -polarisationsfiltret och leda den in i polarisationsfilter i H/V -led tillsammans med $\bar{D}$ -strålen. Det kan vi beteckna med två pilar som går ut:

$$D/\bar{D}\text{-filter} \xrightarrow{\begin{array}{c} D \\ \bar{D} \end{array}} \quad (11)$$

vilket i praktiken betyder att $D/\bar{D}$ -filtret inte filtrerar alls. Följden ovan kan nu skrivas

$$H/V\text{-filter} \xrightarrow{H} D/\bar{D}\text{-filter} \xrightarrow{\begin{array}{c} D \\ \bar{D} \end{array}} H/V\text{-filter} \xrightarrow{V} . \quad (12)$$

Gör vi det har vi möjligheten att testa om vi får interferens, så att vi får *färre* partiklar som kommer igenom trots att vi leder till *en stråle till* (dvs. *öppnar* ett filter). Det är omöjligt med tennisbollar att få ut färre bollar om man lägger till en bollkanon, men med vågor går det som vi vet (jfr. dubbelspaltexperiment). Mer konkret: för

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \right\} \quad (13)$$

$S \qquad T \qquad S$

så är amplituden att mäta $|V\rangle$ (dvs. $|-S\rangle$) efteråt

$$\langle -S|+T\rangle\langle +T|+S\rangle + \langle -S|-T\rangle\langle -T|+S\rangle \quad (14)$$

eller

$$\langle V|D\rangle\langle D|H\rangle + \langle V|\bar{D}\rangle\langle \bar{D}|H\rangle . \quad (15)$$

Men om vi stoppar in $\langle V|\bar{D}\rangle = -1/\sqrt{2}$, etc. så får vi

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \quad (16)$$

dvs. när vi leder tillbaka D -strålen så får vi fullständig destruktiv interferens och noll fotoner.

2 Koincidens

Nu lite om hur experimentet görs. Har vi verkligen en foton åt gången eller är det som i vanlig optik där vi har hela vågor av enorma mängder fotoner? Då vore det inte så konstigt att de kan interferera. Energin hos en foton är

$$E_\gamma = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda} \quad (17)$$

eftersom $\omega k = c$, $\hbar = h/(2\pi)$ och $k = 2\pi/\lambda$. Blått ljus är runt $\lambda = 450 \text{ nm} \approx 10^{-7} \text{ m}$, så en sådan foton har energin

$$E_\gamma = \frac{10^{-33} \cdot 10^8}{10^{-7}} \text{ J} = 10^{-18} \text{ J} . \quad (18)$$

För en blå laser med effekten 10 mW har vi energin per sekund

$$E_\gamma = 10 \text{ mW} = 10^{-3} \text{ J/s} \quad (19)$$

så antalet fotoner på en sekund är

$$n = \frac{10^{-3}}{10^{-18}} \text{ s}^{-1} = 10^{15} \text{ s}^{-1} \quad (20)$$

och kommer bråkdelen 10^{-12} genom den icke linjära kristallen så får vi

$$n_{\text{exp}} = 10^{-12} \cdot 10^{15} \text{s}^{-1} = 1000 \text{ /s} . \quad (21)$$

“Koincidens” betyder att två fotoner är inne i experimentet samtidigt. Det gör att vi inte kan säga säkert att interferensen kommer från en foton. Om 1000 fotoner skulle komma med jämna mellanrum varje sekund kommer de var tusendels sekund, då är avståndet mellan dem

$$x = ct = 10^8 \cdot 1/1000 \text{ m} = 100 \text{ km} , \quad (22)$$

men experimentet är bara någon meter stort. Vi borde alltså åtminstone ha en chans att komma undan koincidens. Det mäter man sedan också med en-fotons-detektorn; fotonerna kommer inte med jämna mellanrum, så man kan tänka sig att det ibland blir koincidens trots att det inte skulle bli det om de alltid kom med jämna mellanrum som i ekvation (22). I slutändan ser vi att om experimentet görs rätt så detekterar vi verkligen interferens i ett experiment med *en enda foton*. Det är som sig bör i kvantoptik.

3 Experimentella frågor

Det är inte så lätt att göra experimentet rätt.

- Kontrollera “brus”: vi såg att vi inte får *exakt* noll fotoner när vi borde få det, men väldigt nära. Hur kontrollerar man bruset?
- Hur fungerar en icke linjär kristall?
- Vad var det med de här fiberoptikkablarna?
- Varför får man “koner” av H - och V -polariserade fotoner?

Det här har vi ingen möjlighet att hinna med på den här kursen, men det är absolut nödvändigt för kvantfysik att vi kan göra bra experiment. För ovanstående kan jag rekommendera Mohameds kurs Kvantoptik!

4 Bells olikhet och icke lokalitet

Ursprungsreferensen är

A. Einstein, B. Podolsky och N. Rosen, “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?” Phys. Rev. 47, 777 - 780 (1935).

Artikeln är en kritik av kvantmekanik som det är formulerat än idag. Principen Einstein ville försvara var *lokalitet*. Lokalitet kan grovt uttryckas som: om något händer

i punkten x , så kan det bara påverka något i en annan punkt y via en våg eller partikel som skickas från x till y . Eftersom inget färdas snabbare än ljuset har man alltså alltid en viss fördröjning inbyggd i en fullständigt lokal klassisk teori. Ser man det på det sättet verkar lokalitet vara en ganska självklar egenskap hos en rimlig fysikalisk teori.

Men inget är självklart i kvantfysik. Snärjelse, som vi pratat lite om tidigare, är ett exempel på icke-lokalitet i kvantfysik. Bell kom 1964 på att det finns ett sätt att prova om kvantmekanik stämmer, genom att testa snärjelsen i ett experiment.

J.S. Bell, “On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox”, Physics 1 195 (1964).

Tyvärr är det lite komplicerat att förstå detaljerna i Bells föreslagna experimentuppställning, så vi har inte gått igenom det i detalj. Det är ändå allmänbildning i kvantfysik att känna till det. (För intresserade: jämför med Extramaterial 1: Snärjelse, där det står mer om klassisk korrelation kontra kvantkorrelation. Einstein hade inget emot klassisk korrelation; det är lite svårt till en början att förstå skillnaden.) Två koncept:

- **Korrelationsfunktion E :** om vi mäter foton 1 i tillstånd A, vad är sannolikheten att hitta foton 2 i tillstånd B? I Bell-fallet är svaret $E = \cos(\phi_A - \phi_B)$, där vinklarna är för själva tillstånden (t.ex. “mät i z -led” kontra “mät i x -led”). Om vinkeln mellan A och B är 0 grader är de fullständigt korrelerade ($E = 1$), om den är 90 grader är de okorrelerade ($E = 0$).
- **Bells kombination S** av korrelationsfunktioner E för olika vinklar är skraddarsydd för att maximera kvantkorrelationen jämfört med klassisk fysik. Man finner $S < 2$ för lokal, klassisk fysik, men vi uppmätte $S \approx 2,4$.

Kortfattat kan man säga att om du kommer på en ny teori som du tycker är bättre och enklare än kvantmekanik, som inte har svårförstådda egenskaper som superposition av olika tillstånd, snärjelse och icke-lokalitet, så måste du räkna ut vad Bells kombination S är enligt din teori, och får du $S < 2$ är din hypotes oförenlig med experiment, eftersom vi mätte $S > 2$. Många har försökt och ingen har hittat något alternativ, så vi får leva med kvantmekanik.