

FYSIKUM

STOCKHOLMS UNIVERSITET

Tentamen i kvantfysik, delkurs II, 8p
Måndag 14 november 2005, kl. 10.30-16.30.

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook och räknare.

Instruktioner: Lösningar skall presenteras på ett sådant sätt att logiken klart framgår och gjorda antaganden skall motiveras.

Betygsgränser: Varje uppgift ger maximalt 4 poäng. För godkänt krävs minst 6p på vardera kvantteoridelen och subatomära delen av tentamen, samt totalt minst 16p. För väl godkänt krävs minst 10p på vardera kvantteoridelen och subatomära delen av tentamen, samt totalt minst 24p. Eventuella bonuspoäng (maximalt 4) från inlämningsuppgifterna räknas in i resultatet för godkänt på ordinarie tentamen och första omtentamen. (Bonuspoäng räknas ej för väl godkänt.) Betygsgränserna är ungefärliga och kan justeras något beroende på provets svårighetsgrad.

Lycka till! *David, Per-Erik och Anders*

Teoretisk Kvantfysik

K-1) En partikel med massan m rör sig i två dimensioner i potentialen $V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m\omega^2\mathbf{r}^2$, där den två-dimensionella vektorn $\mathbf{r}$ anger partikelns läge och ω är en konstant. (Partikeln saknar spinn.)

- a) Bestäm vågfunktionerna och energierna för de stationära tillstånden!

Ledning: Lösningen av motsvarande problem i en dimension får användas utan härledning.

- b) Bestäm degenerationsgraden, dvs antalet tillstånd, för varje energieigenvärde!

K-2) Betrakta ett system bestående av två elektroner och antag att den ena elektronens rumsliga rörelse kan beskrivas med enpartikeltillståndet $\psi_a(\mathbf{r})$ och den andra med tillståndet $\psi_b(\mathbf{r})$ eller i Diracnotation $|a\rangle$, respektive $|b\rangle$.

- a) Ange för två-elektronsystemet de möjliga tillstånden, inkluderande rums- och spinndel, som har bestämda värden, s, s_z , på det totala spinnet! Ange också spinnet, s, s_z , för de olika tillstånden!
- b) Jämför elektronernas 'fördelning i rummet' för tillstånden med olika s i a)! Om elektronerna påverkar varandra med Coulombkraften, vad kan man då säga kvalitativt om den relativa en-

ergin för tillstånden med olika s ? (Detta är den så kallade utbyteskraften.)

c) Ange en fysikalisk effekt som utbyteskraften i b) leder till!

K-3) Betrakta en jon som består av en atomkärna med spinnkvanttal $s = 3/2$ och en elektron med spinnkvanttal $s = 1/2$.

a) Vilka är de möjliga spinnkvanttalen s^{tot} för jonen?

b) Uttryck tillstånden som har bestämda värden på s^{tot} och s_z^{tot} i tillstånden där s och s_z har bestämda värden för kärnan och elektronen!

Ledning: $\hat{S}_{\pm}|s, m\rangle = \hbar\sqrt{(s \mp m)(s \pm m + 1)}|s, m \pm 1\rangle$.

K-4) En elektron påverkas av en skärmad Coulombpotential $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}e^{-\mu r}$, där μ är en konstant. Beräkna korrektionen till grundtillståndets energi i första ordningens störningsteori genom att utgå från det ostörda problemet $\mu = 0$, dvs från det vanliga Coulombproblemet!

Subatomär Fysik

S-1) a) Beräkna med hjälp av den semi-empiriska massformeln (ur Physics Handbook) ett approximativt värde på energin som frigörs i fissionen av en kärna med $Z=92$ och $A=236$. Antag att fissionen är symmetrisk och att inga neutroner emitteras. Vilken term i massformeln ger största bidraget till den frigjorda energin?

b) Bindningsenergin för spegelkärnorna ^{23}Na och ^{23}Mg är, respektive, 186.565 MeV och 181.726 MeV. Förklara skillnaden i bindningsenergi för dessa isobara atomkärnor (t.ex. genom att jämföra med hur bindningsenergin beräknas med den semi-empiriska massformeln), och beräkna, utgående från denna förklaring, ett värde på radien av en atomkärna med $A=23$.

S-2) Lösningarna till följande problem måste motiveras utifrån beräkningar. För dessa beräkningar kan värden ur tabeller för bindningsenergier och/eller atomära massor i Physics Handbook användas.

a) På vilka sätt kan nukliden ^{40}K sönderfalla?

b) Av de fyra nukliderna ^{154}Sm , ^{208}Pb , ^{212}Po and ^{216}Po är det bara två som observerats alfa-sönderfalla. Motivera för varje nuklid om alfa-sönderfall observeras eller inte. Vilken nuklid har kortast halveringstid (motivera)?

S-3) Bestäm vilka av följande sönderfall som är tillåtna. Om ett sönderfall är tillåtet, rita ett Feynmandiagram för sönderfallet och ange de krafter

som är ansvariga för det. Om ett sönderfall är förbjudet, ange en konserveringslag som det skulle bryta mot.

- (a) $\tau^+ \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^+ + \bar{\nu}_\tau$
- (b) $\mu^+ \longrightarrow \tau^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$
- (c) $D^0 \longrightarrow K^- + \pi^0 + e^+ + \nu_e$
- (d) $\gamma \longrightarrow e^+ + e^-$
- (e) $p \longrightarrow n + \pi^0$
- (f) $\Lambda^0 \longrightarrow n + \pi^0$



- a) Använd kvanttalen för elektrisk laddning och flavour för att beräkna tredje komponenten av isospinnet för följande baryoner:
 $p, n, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Lambda^0, \Xi^-, \Xi^0$.
- b) Visa hur dessa baryoner kan ordnas i en periodisk struktur relaterad till deras flavour, elektriska laddning och isospin.
- c) Ovanstående periodiska struktur ger stöd för hadronernas kvarkstruktur. Beskriv två andra experimentella fakta som stödjer kvarkarnas existens.



Teoretisk kvantfysik

K-11 Tvådimensionell harmonisk oscilator

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 \underline{r}^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \\ &\quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 \\ &\equiv \hat{H}_x + \hat{H}_y\end{aligned}$$

x och y separata

$$\hat{H} \psi(x, y) = E \psi(x, y)$$

$$\psi(x, y) = X(x) Y(y) \quad E = E_x + E_y$$

$$\hat{H}_x X(x) = E_x X(x) \quad (1)$$

$$\hat{H}_y Y(y) = E_y Y(y) \quad (2)$$

(1) och (2) är 1-dim harm. oscilatorer.
Enligt PH A-6.3 får lösningarna

$$X(x) = 1/N_{n_x} H_{n_x}(\alpha x) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} \quad E_x = (n_x + \frac{1}{2})\hbar\omega$$

$$Y(y) = 1/N_{n_y} H_{n_y}(\alpha y) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 y^2} \quad E_y = (n_y + \frac{1}{2})\hbar\omega$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \quad n_i = 0, 1, 2, \dots$$

a) De stationära tillstånden är alltså

$$\psi_{n_x n_y}(x, y) = N_{n_x n_y} H_{n_x}(\alpha x) H_{n_y}(\alpha y) e^{-\frac{\alpha^2}{2} r^2}$$

$$E_{n_x n_y} = (n_x + n_y + 1)\hbar\omega$$

$$n_x, n_y = 0, 1, \dots$$

$$(N_{n_x n_y} = N_{n_x} N_{n_y} \text{ normaliserings-})$$

b) Degenerationsgraden $d(u_x, u_y)$ för energin $E_{u_x u_y}$ är antalet olika (u_x, u_y) som ger samma $u_x + u_y$.

$u_x + u_y$	(u_x, u_y)	$d(u_x, u_y)$
0	(00)	1
1	(10) (01)	2
2	(20) (11) (02)	3

OSU

Man finner $d(u_x, u_y) = u_x + u_y + 1$

K-2 Spinnstillstånd för 2 elektroner

$|\uparrow\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$, $|\downarrow\rangle = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ för varje e

$$\left. \begin{array}{l} |\uparrow\uparrow\rangle \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \\ |\downarrow\downarrow\rangle \end{array} \right\} \begin{array}{l} S_z = +\hbar \\ S_z = 0 \\ S_z = -\hbar \end{array} \quad S=1 \text{ 'triplett'}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad S=S_z=0 \quad \text{'singlet'}$$

Rumstillstånd för 2 elektroner:

$$\begin{array}{l} |ab\rangle + |ba\rangle \\ |ab\rangle - |ba\rangle \end{array} \quad \text{eller} \quad \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) + \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) - \psi_b(r_1)\psi_a(r_2)) \end{array}$$

a) Totala tillståndet för 2 elektroner skall vara antisymmetriskt, detta ger följande möjligheter.

$$(|ab\rangle + |ba\rangle) \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad S=0$$

$$\begin{cases} (|ab\rangle - |ba\rangle) |\uparrow\uparrow\rangle \\ (|ab\rangle - |ba\rangle) \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \\ (|ab\rangle - |ba\rangle) |\downarrow\downarrow\rangle \end{cases} \quad S=1$$

b) Om $S=1$ så är rummet antisymmetriskt, dvs $\mathcal{Q}(\Gamma_1, \Gamma_2) = \mathcal{Q}_a(\Gamma_1) \mathcal{Q}_b(\Gamma_2) - \mathcal{Q}_b(\Gamma_1) \mathcal{Q}_a(\Gamma_2) \rightarrow 0$ då $\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2$. Om $S=0$ så är

$$\mathcal{Q}(\Gamma_1, \Gamma_2) \neq 0 \text{ då } \Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2 \quad (\text{i allmänhet}).$$

Elektronerna befinner sig alltså längre ifrån varandra i $S=1$ tillståndet än i $S=0$. Om en repulsiv kraft verkar mellan partiklarna så har därför $S=1$ lägre energi.

c) Kovalent bindning och magnetism är exempel på effekter orsakade av 'utbyteskrafter' i b).

K-3]

a) $S = |S_1 - S_2|, |S_1 - S_2 + 1|, \dots, |S_1 + S_2| = 1, 2$

b) Definiera $|mu\rangle = |\frac{3}{2}, m\rangle |\frac{1}{2}, u\rangle$ $m = \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}; u = \pm\frac{1}{2}$

$$S_z = (m+u)\hbar$$

Tillstånd med maximal S_z : $|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ $S_z = 2\hbar$

De två tillstånd $u = \pm\frac{1}{2}$, resten av $S_z = 0$ tillstånd kan fås genom att verka med S_- :

$$S_- |\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle = \sqrt{3} |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + |\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$$

$$\begin{aligned} S_-^2 |\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle &= 2\sqrt{3} |-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{3} |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle + \sqrt{3} |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle \\ &= 2\sqrt{3} (|-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_-^3 |\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle &= 6 |-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle + 2\sqrt{3} |-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle + 4\sqrt{3} |-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle \\ &= 6 (|-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{3} |-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle) \end{aligned}$$

$$S_-^4 |\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle = (6+6+12) |-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$$

Normera tillstånden:

$$|2, 2\rangle = |\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$$

$$|2, 1\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + \frac{1}{2} |\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$$

$$|2, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle)$$

$$|2, -1\rangle = \frac{1}{2} |-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2} |-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$$

$$|2, -2\rangle = |-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$$

S

 $S_z/\hbar$

2

2

2

1

2

0

2

-1

2

-2

$S=1$ tillstånd: $|1m\rangle$ är ortogonal mot $|2m\rangle$

$$|11\rangle = \frac{1}{2} \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2} \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \quad \begin{array}{cc} S & S_z/\hbar \\ 1 & 1 \end{array} \quad m=1,0,-1$$

$$|10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \right) \quad \begin{array}{cc} S & S_z/\hbar \\ 1 & 0 \end{array}$$

$$|1,-1\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} \left| -\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle - \frac{1}{2} \left| -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \quad \begin{array}{cc} S & S_z/\hbar \\ 1 & -1 \end{array}$$

(Att. $|10\rangle, |1,-1\rangle$ får som $S_- |11\rangle, S_-^2 |1,-1\rangle$)

K-4] Elektron påverkad av potential $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-\mu r}}{r}$

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(r)$$

$$= \hat{H}_0 + \hat{H}_1$$

där $\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$ vanliga Coulombproblemet

$$\hat{H}_1 = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} (e^{-\mu r} - 1) \quad \text{störning}$$

$$\hat{H}_0 \psi_{nlm} = E_n \psi_{nlm} \quad \text{exakt löst}$$

Grundtillstånd: $\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}, a = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$

Korrekturen till grundtillståndets energi i första ordningens störningsteori:

$$E' = \langle \psi_{100} | \hat{H}_1 | \psi_{100} \rangle$$

$$E' = \langle 2_{100} | \hat{H}_1 | 2_{100} \rangle$$

$$= \frac{1}{4\pi a^3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int e^{-2r/a} (1 - e^{-4r}) \frac{1}{r} r^2 dr \sin\theta d\theta d\phi$$

$$= \frac{e^2}{4\pi a^3 \epsilon_0} \int_0^\infty e^{-2r/a} (1 - e^{-4r}) r dr$$

$$\int_0^\infty e^{-br} r dr = -\frac{d}{db} \int_0^\infty e^{-br} dr = -\frac{d}{db} \left[-\frac{1}{b} e^{-br} \right]_0^\infty$$

$$= \frac{d}{db} \left(-\frac{1}{b} \right) = \frac{1}{b^2}$$

$$E' = \frac{e^2}{4\pi a^3 \epsilon_0} \left[\left(\frac{a}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{1+2/a} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{e^2}{4\pi a \epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{(1+a/2)^2} \right]$$

Svar: Korrektionen till energin är

$$E' = \frac{e^2}{4\pi a \epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{(1+a/2)^2} \right]$$

S1.

a) Energy release $Q = [(\text{total mass before}) - (\text{total mass after})]c^2 = [m_N(^{236}_{92}\text{U}) - 2m_N(^{118}_{46}\text{Pd})]c^2$

In Weizäcker's semi-empirical formula (P.H.) the contribution from the terms M_0 and M_1 (and even M_4 for the specific case) will cancel and we get:

$$Q = \{a_2[236^{2/3} - 2 \times 118^{2/3}] + a_3[92^2/236^{1/3} - 2 \times 46^2/118^{1/3}] + \\ + a_4[(236 - 2 \times 92)^2/236 - 2 \times (118 - 2 \times 46)^2/118]c^2 + a_5[-236^{-3/4} - 2 \times 118^{-3/4}]\}c^2 = \\ = \{[-0.1898u] + [0.3865u] + [0u] + [0.0014u]\} \times 931.5 \text{ MeV}/u \approx 185 \text{ MeV}$$

The largest contribution comes from the Coulomb term, 0.3865u or 360 MeV, which is easily understood as the smaller Coulomb repulsion if the protons are separated into two nuclei.

b) If the difference in binding energies are calculated with the semi-empirical mass formula (the binding energy is given by $(M_0 - M)c^2$ in the Physics Handbook mass formula) only one term is contributing (since A is constant and $(A - 2Z)^2 = 1$ for both nuclei), namely the Coulomb term. So the difference in binding energy is explained by the difference of the Coulomb energy of the $Z=11$ and $Z=12$ nuclei. According to electrostatics, the Coulomb energy of a homogeneously charged sphere, charge Ze , of radius R is (P.H.):

$$E_C = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z(Z-1)}{R} \quad (\text{or use } Z^2 \text{ instead of } Z(Z-1)) \quad \text{the difference in binding energy, 4.84}$$

$$\text{MeV, is: } 4.84 \text{ MeV} = E_C(^{23}\text{Mg}) - E_C(^{23}\text{Na}) = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{12(12-1) - 11(11-1)}{R} \approx \frac{19.0}{R} \text{ MeV fm}.$$

Solving for R gives: $R = 3.9 \text{ fm}$ (can be compared with formula $R = 1.2 \text{ fm } 23^{1/3} = 3.4 \text{ fm}$).

S2a) The nucleus ^{40}K is too light to decay by alpha decay or by spontaneous fission. We check the possibilities of beta decay (beta-minus, EC and beta-plus). The Q-values for the decay of the parent (A,Z) can be expressed in terms of nuclear binding energies as (disregarding electron binding energies which are small):

$$Q = (\sum \text{mass before} - \sum \text{mass after})c^2$$

$$Q_{\beta^-} = B(A, Z+1) - B(A, Z) + (m_n - m_p - m_e)c^2 = B(^{40}\text{Ca}) - B(^{40}\text{K}) + 0.78232\text{MeV} =$$

$$(342.056 - 341.524 + 0.78232)\text{MeV} = 1.31\text{MeV}$$

$$Q_{\beta^+} = B(A, Z-1) - B(A, Z) + (m_p - m_n - m_e)c^2 = B(^{40}\text{Ar}) - B(^{40}\text{K}) - 1.804\text{MeV} = 0.48\text{MeV}$$

$$Q_{\text{EC}} = B(A, Z+1) - B(A, Z) + (m_e + m_p - m_n)c^2 = B(^{40}\text{Ca}) - B(^{40}\text{K}) - 0.78232\text{MeV} = 1.51\text{MeV}$$

(The Q-values may of course, and perhaps somewhat simpler, be expressed in terms of the atomic masses, see Dunlap).

A necessary condition for decay is that $Q > 0$ which is fulfilled by all three decay modes so the nuclide ^{40}K may decay to ^{40}Ca in beta-minus decay and to ^{40}Ar in electron capture or in beta-plus decay.

b) The Q-values for alpha decay are:

$$Q = (\sum \text{mass before} - \sum \text{mass after})c^2 = B(A-4, Z-2) + B(4, 2) - B(A, Z)$$

$$Q_{\alpha}(^{154}\text{Sm}) = B(^{150}\text{Nd}) + B(^4\text{He}) - B(^{154}\text{Sm}) = (1237.44 + 28.2961 - 1266.88)\text{MeV} = -1.14\text{MeV}$$

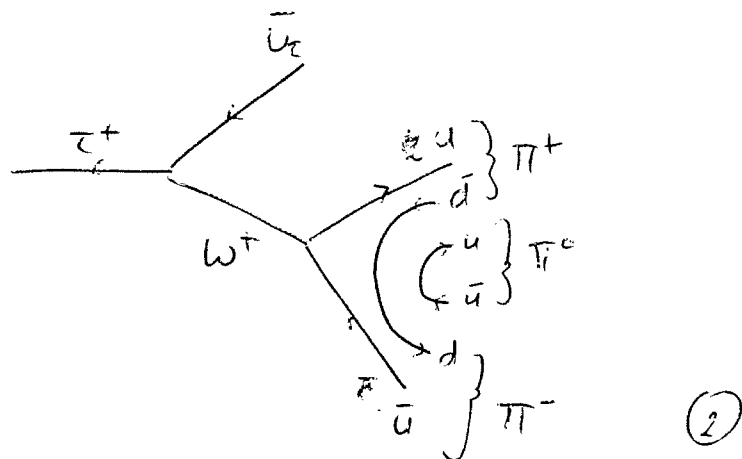
$$Q_{\alpha}(^{208}\text{Pb}) = B(^{204}\text{Hg}) + B(^4\text{He}) - B(^{208}\text{Pb}) = (1608.67 + 28.2961 - 1636.45)\text{MeV} = 0.52\text{MeV}$$

$$Q_{\alpha}(^{212}\text{Po}) = B(^{208}\text{Pb}) + B(^4\text{He}) - B(^{212}\text{Po}) = (1636.45 + 28.2961 - 1655.79)\text{MeV} = 8.95\text{MeV}$$

$$Q_{\alpha}(^{216}\text{Po}) = B(^{212}\text{Pb}) + B(^4\text{He}) - B(^{216}\text{Po}) = (1654.53 + 28.2961 - 1675.92)\text{MeV} = 6.91\text{MeV}$$

In the first case, alpha decay is not allowed since the Q-value is negative. The other three cases alpha decay is allowed, but due to the small Q-value in the case of ^{208}Pb , the barrier tunneling probability is very small and alpha decay is not observed (from the tunneling model a half-life well above 10^{100} years is expected, far too large to observe the decay). The two observed decays are the two with the larger Q-values, ^{212}Po and ^{216}Po . Of these (since Z is the same) the one with the largest Q-values should have the shortest half-life, namely ^{212}Po .

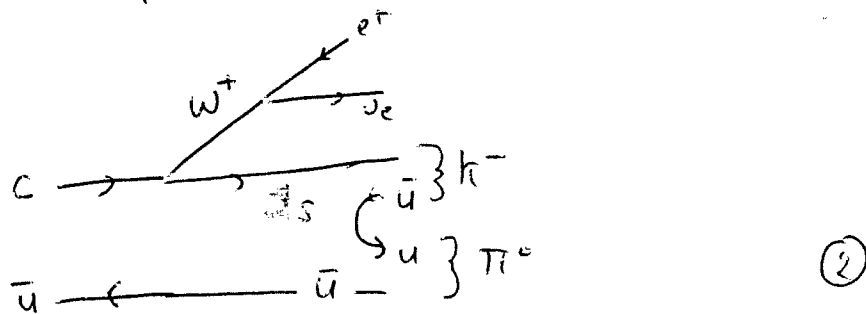
S 3 (a) Allowed - weak



(b) $\mu^+ \rightarrow \tau^+ + \nu_e + \bar{U}_\mu$

Forbidden - lepton number violation or mass-energy violation (2)

(c) Allowed - weak



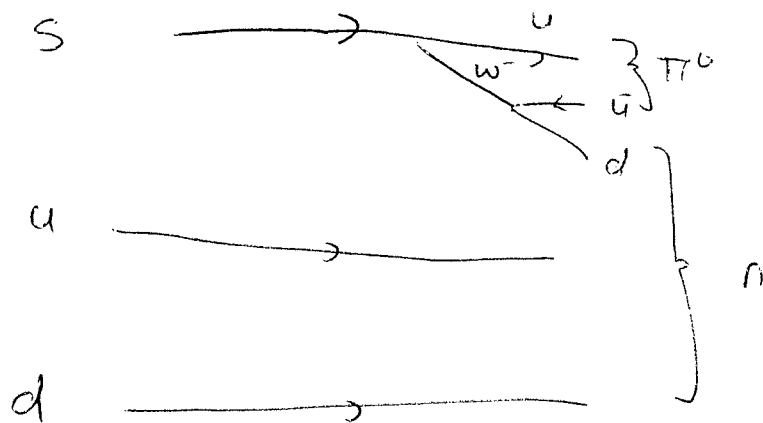
(d) $\gamma \rightarrow \mu^+ + e^-$

Forbidden - mass-energy conservation (2)
(only happens in the presence of electromagnetic field)

(e) $p \rightarrow n + \pi^0$ Forbidden - mass-energy conservation (2)

(f) $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$

Allowed - weak



(2)

S-4
$$Q = T_3 + \frac{B + \sum(\text{Flavor})}{2}$$

(a) $P \quad T_3 = \frac{1}{2}$

(b) $n \quad T_3 = -\frac{1}{2}$

$\Sigma^- \quad T_3 = -1$

$\Sigma^0 \quad T_3 = 0$

$\Sigma^+ \quad T_3 = 1$

$\Lambda^0 \quad T_3 = 0$

$\Xi^- \quad T_3 = -\frac{1}{2}$

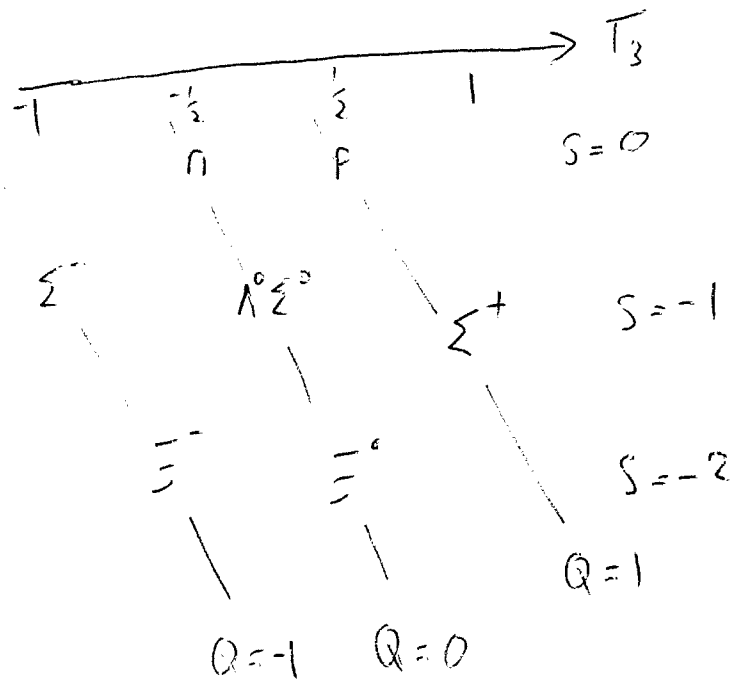
$\Xi^0 \quad T_3 = \frac{1}{2}$

(4)

(5)

(b)

right-fold way



(c)

Deep-inelastic scattering of leptons off baryons?

Through the exchange of a virtual boson the leptons scatter off individual quarks and are seen to recoil like Rutherford scattering!

Magnetic dipole moment of neutron. Neutron has no charge but still possesses a dipole moment (normally associated with motion of charge) $\rightarrow$ neutron has sub-structure of electrically charged objects - quarks. Similar arguments can be made for precision measurements of proton's dipole moment.

Measurements of $R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$

A clear step in R is observed whenever the threshold is passed for the pair production of different flavours of quarks

(4)