

FYSIKUM

STOCKHOLMS UNIVERSITET

Tentamen i kvantfysik, delkurs II, 8p
Måndag 8 november 2004, kl. 10.30-16.30.

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook och räknare.

Instruktioner: Lösningar skall presenteras på ett sådant sätt att logiken klart framgår och gjorda antaganden skall motiveras.

Betygsgränser: Varje uppgift ger maximalt 4 poäng. För godkänt krävs, bonuspoäng oräknat, minst 6p på vardera kvantteoridelen och subatomära delen av tentamen, samt totalt, inklusive eventuella bonuspoäng, minst 16p. För väl godkänt krävs, bonuspoäng oräknat, minst 10p på vardera kvantteoridelen och subatomära delen av tentamen, samt totalt, inklusive eventuella bonuspoäng, minst 24p. Eventuella bonuspoäng (4 st) från inlämningsuppgifterna räknas in i resultatet på ordinarie tentamen och första omtentamen.

Betygsgränserna är ungefärliga och kan justeras något beroende på provets svårighetsgrad.

Lycka till! *Sten, Per-Erik och Anders*

Teoretisk Kvantfysik

K-1) En partikel med massan m är instängd i en två-dimensionell kvadratisk 'låda' vars kanter har längden a . Bestäm vågfunktionerna för de stationära tillstånden och deras energier genom att explicit lösa Schrödingerekvationen!

K-2) Betrakta en atom med atomnummer Z , dvs en atom med Z elektroner.

- Ge Schrödingerekvationen för detta system!
- Försumma växelverkan mellan elektronerna och bestäm grundtillståndet för atomen med Z elektroner genom att utgå från de stationära tillstånden för väteatomen!
- Förklara kortfattat hur detta leder till (en approximativ beskrivning av) det periodiska systemet!

E K-3) Betrakta ett system bestående av tre spinn som vardera har spinnkvanttalet $s = 1/2$.

- Vilka är de möjliga värdena på systemets totala spinnkvanttal s^{tot} ? *Ledning:* Addera först två av spinnen.

- b) Uttryck tillstånden som har det maximala värdet på s^{tot} , och har bestämda värden på s_z^{tot} , i tillstånden där de enskilda spinnens z -komponenter har bestämda värden!
- c) Uttryck de övriga tillstånden som har bestämda värden på s^{tot} och s_z^{tot} i tillstånden där de enskilda spinnens z -komponenter har bestämda värden!

K-4) Två partiklar med massan m är fästa i ändarna på en stel masslös stång med längden a . Systemet kan rotera fritt runt sitt masscentrum som befinner sig i vila. Hamiltonoperatoren för systemet kan skrivas som $\hat{H}_0 = \hat{L}^2 / ma^2$, där $\mathbf{L}$ är rörelsemängdsmomentet för systemet.

- a) Bestäm systemets stationära tillstånd och energier!
- b) Betrakta en modifierad hamiltonoperator $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$, där $\hat{H}'$ beskriver en liten vinkelberoende störning. I sfäriskt polära koordinater (r, θ, ϕ) , med origo i systemets masscentrum, gäller $\hat{H}' = \epsilon \cos 2\phi$. Betrakta tillstånden vars $\hat{L}$ kvanttal är $\ell = 1$. Bestäm för dessa tillstånd i första ordningens störningsteori energierna och de stationära tillstånden!

Subatomär Fysik

- S-1) a) Antalet kvarvarande atomkärnor N vid tiden t av ett radioaktivt ämne som sönderfaller med sönderfallskonstanten λ ges av $N(t) = N(0)\exp(-\lambda t)$. Definiera vad som menas med halveringstid $\tau_{1/2}$ och härled hur denna uttrycks i λ .
- b) Naturligt kalium består till ca 0,0117 % av den radioaktiva isotopen ^{40}K . I människokroppen finns ca 150 g kalium. Beräkna aktiviteten av ^{40}K i människokroppen, uttryckt i Bq. Halveringstiden för ^{40}K är $1,28 \times 10^9$ år.
- c) Naturligt uran på jorden består av de två isotoperna ^{235}U och ^{238}U i massförhållandet $7,3 \times 10^{-3}$. Halveringstiderna är 704 miljoner år och 4,47 miljarder år, respektive. Resonera kring hur detta kan användas som en klocka för när det material som jorden bildats av skapades och beräkna, utifrån detta resonemang, tiden som gått sedan detta skedde.

S-2) Betrakta den semiempiriska formeln för atomkärnors bindningsenergi:

$$B(A, Z) = +a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z^2 / A^{1/3} - a_{SYM} (A - 2Z)^2 / A - a_P / A^{3/4} \quad (1)$$

- a) Ge i korta ordalag en motivering till de fyra första termerna.

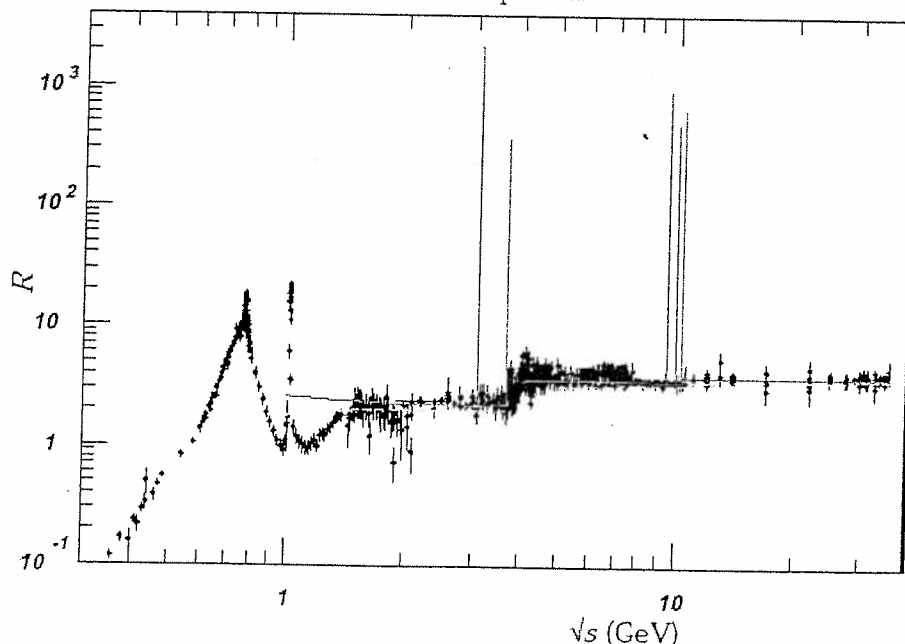
- b) Utred, med hjälp av beräkningar med den semiempiriska formeln, på vilka sätt atomkärnan ^{164}Ho kan sönderfalla med beta-sönderfall. Parametervärden för den semiempiriska formeln tas ur Physics Handbook.

(S-3) De tre sigma-hyperonerna Σ^- , Σ^0 och Σ^+ utgör en iso-spinn tripplett med sär-kvanttal $= -1$. Σ^0 sönderfaller elektromagnetiskt $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda \gamma$ följt av $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ eller $\Lambda \rightarrow n\pi^0$.

De två laddade sigma-hyperonerna sönderfaller svagt. Ange ett sådant sönderfall för var och en av dem och rita Feynmandiagrammen för dessa sönderfall.

- S-4) Figuren nedan visar R : kvoten mellan tvärsnittet för produktionen av hadroner och tvärsnittet för produktion av myoner i kollisioner mellan elektroner och positroner, som en funktion av $\sqrt{s}$, tyngdpunktsenergin för kollisionerna.

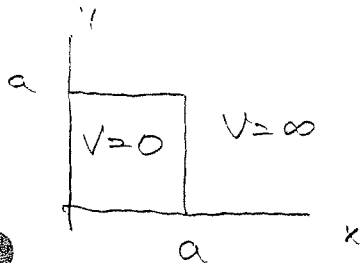
Beskriv vilken information vi kan utvinna ur figuren: vilket fenomen förklarar de "toppar" vi kan se i fördelningen, vad är signifikansen hos de mellanliggande "plåtåerna" och de stegvisa förändringarna hos värdet på R mellan dessa plåtåer? Vilken information kan vi erhålla ur det absoluta värdet av R vid dessa plåtåer?





(Del av delkurs II i Fy 3150).

K-1 Partikel i två-dimensionell låda



$$V(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{i lådan} \\ \infty & \text{utanför} \end{cases}$$

Schrödingerekvationen i 2 dim:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi(x,y) + V(x,y) \psi(x,y) = E \psi(x,y)$$

$\psi = 0$ utanför lådan där $V = \infty$

ψ i lådan bestäms genom variabelseparation (ekvationen separeras när $V = 0$ i lådan)

$$\psi(x,y) = \psi_x(x) \psi_y(y) \quad \text{ger}$$

$$-\hbar^2 \frac{d^2 \psi_x}{dx^2} = E_x \psi_x, \quad \psi_x = 0 \text{ då } x = 0, a$$

$$-\hbar^2 \frac{d^2 \psi_y}{dy^2} = E_y \psi_y, \quad \psi_y = 0 \text{ då } y = 0, a$$

$$E = E_x + E_y$$

med lösningarna (normerade)

$$\psi_x(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{u_x \pi x}{a} \quad u_x = 1, 2, \dots; \quad E_x = \frac{\hbar^2 \pi^2 u_x^2}{2m a^2}$$

$$\psi_y(y) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{u_y \pi y}{a} \quad u_y = 1, 2, \dots; \quad E_y = \frac{\hbar^2 \pi^2 u_y^2}{2m a^2}$$

K-1 forts

Svar: De stationära tillstånden är

$$\psi_{u_x u_y}(x, y) = \frac{2}{a} \sin \frac{u_x x}{a} \sin \frac{u_y y}{a}, \quad u_x, u_y = 1, 2, \dots$$

med energier

$$E_{u_x u_y} = (u_x^2 + u_y^2) \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m a^2}$$

— x —

K-2 Skiss, se Griffiths för detaljer ($G = \text{Griffiths}$)

a) (G 5.24) är svaret.

Man kommer från till detta genom att utgå från att man har Z elektroner som växelverkar med varandra, och med kärnan, med Coulombväxelverkan. Den första termen är elektronernas kinetiska energioperator.

b, c) Då växelverkan försummas separeras Schrödingerekvationen i H -liknande ekvationer vars lösningar är H 's stationära tillstånd (med modifierad kärnladdning $e \rightarrow Ze$). Grundtillståndet får genom att fylla de lägsta energinivåerna, eftersom elektronerna är fermioner måste de vara i olika tillstånd. I varje rumtillstånd finns även två elektroner som har olika spin.

K-2 fort

3

• Vågfunktionen blir en (antisymmetrisk) produkt av 4 delar.

Eftersom H 's energi beror av n men ej av l, m uppstår en periodicitet i Z då olika 'skal' fylls. Atomerna med samma antal elektroner i det yttre skalet men olika antal fyllda skal har liknande kemiska egenskaper. Enär det är de löst bundna elektronerna som bestämmer de kemiska egenskaperna.

• Att elektronerna är fermioner är helt avgörande för det periodiska systemets uppkomst.

— x —

K-3

• Inför beaktningarna

$$|\uparrow\rangle = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \quad |\downarrow\rangle = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle = |\uparrow\rangle |\uparrow\rangle |\uparrow\rangle$$

När finner att

$$S_- |\uparrow\rangle = |\downarrow\rangle, \quad S_- |\downarrow\rangle = 0$$

$$S_+ |\uparrow\rangle = 0, \quad S_+ |\downarrow\rangle = |\uparrow\rangle$$

- a) Addera först två $s = \frac{1}{2}$, detta ger $S = 1, 0$
 Addera sedan $s = 1$ och $s = \frac{1}{2}$, detta ger $S = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$,
 och $s = 0$ och $\frac{1}{2}$ som ger $s = \frac{1}{2}$

Svar: De möjliga värdena är $s^{\text{tot}} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$.

Anm Det finns 2 st $s^{\text{tot}} = \frac{1}{2}$ 'multipletter'

- b) Clebsch-Gordan uppdelning av $s^{\text{tot}} = \frac{3}{2}$

$$|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\rangle = |↑↑↑↑\rangle$$

$$S_- = S_{1-} + S_{2-} + S_{3-}$$

Upprepad applikation av S_- på $|↑↑↑↑\rangle$ ger
 alla $s^{\text{tot}} = \frac{3}{2}$ tillstånd:

$$S_- |↑↑↑↑\rangle = |↓↑↑↑\rangle + |↑↓↑↑\rangle + |↑↑↓↑\rangle$$

$$\frac{s^{\text{tot}}}{\hbar} / m$$

$$\frac{1}{2}$$

$$S_-^2 |↑↑↑↑\rangle = 2(|↓↓↑↑\rangle + |↓↑↓↑\rangle + |↑↓↓↑\rangle)$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$S_-^3 |↑↑↑↑\rangle = 6 |↓↓↓↑\rangle$$

$$-\frac{3}{2}$$

Normering ger svar:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\rangle = |↑↑↑↑\rangle \\ |\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|↓↑↑↑\rangle + |↑↓↑↑\rangle + |↑↑↓↑\rangle) \\ |\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|↓↓↑↑\rangle + |↓↑↓↑\rangle + |↑↓↓↑\rangle) \\ |\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\rangle = |↓↓↓↑\rangle \end{array} \right.$$

c) $S^{\text{tot}} = \frac{1}{2}$

3 $s = \frac{1}{2}$ är $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ tillstånd, $S^{\text{tot}} = \frac{3}{2}$ är 4 tillstånd alltså saknas $8 - 4 = 4$ tillstånd. Dessa är de 2 $S^{\text{tot}} = \frac{1}{2}$ 'multipletterna'.

Dessa bestäms genom att man söker

$S_z = \frac{1}{2}$ tillstånd som är ortogonala

mot $|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$. Ur de tre tillstånden

$|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle$ kan vi välja två ortogonala

sådana, t.ex

$$|a, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle - |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle)$$

$$|b, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle - 2|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle)$$

S_- på dessa ger

$$S_- |a, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\downarrow\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\downarrow\uparrow\rangle) = |a, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$$

$$S_- |b, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (2|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\downarrow\uparrow\rangle) = |b, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$$

Svar: $|a, \frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle, |b, \frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle$ ovan är de sökta tillstånden.

Ans: ovan har införts för att skilja de två $s = \frac{1}{2}$ multipletterna åt.

K-41

a) Schrödingerekvationen lyder

$$\hat{H}_0 \psi = E \psi$$

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{L}^2}{2ma^2}$$

Svar: De stationära tillstånden är alltså egentillstånd till $\hat{L}^2$ och energierna är $E_l = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2ma^2}$.

Ans. Eftersom avståndet mellan massorna är fixt försvinner r i problemet och $\hat{H}_0$ beror enbart av θ, φ (via $\hat{L}$).

b) $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$

$$\hat{H}' = \varepsilon \cos 2\varphi$$

De ostörda $l=1$ tillstånden är

$$\begin{cases} Y_{10} = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/2} \cos \theta \\ Y_{1,\pm 1} = \mp \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/2} \sin \theta e^{\pm i\varphi} \end{cases}$$

Bestäm effekten av $\hat{H}'$ i 1:a ordningens störningsteori för de 3 degenererade $l=1$ tillstånden genom att beräkna matriselementen

$$\langle m | \hat{H}' | m' \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{1m}^* \varepsilon \cos 2\varphi Y_{1m'} \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$\varepsilon \cos 2\varphi = \frac{\varepsilon}{2} (e^{i2\varphi} + e^{-i2\varphi})$$

... φ -integralen ger 0 om inte alla $e^{i\varphi}$ -termer
 tar ut varandra:

$$\langle m | \hat{H}' | m' \rangle = 0 \quad \text{om } (m, m') \neq (1, -1), (-1, 1)$$

$$\begin{aligned} \langle 1 | \hat{H}' | -1 \rangle &= -\frac{\varepsilon}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{3}{8\pi} \right) \sin^2 \Theta e^{-2i\varphi} (e^{2i\varphi} + e^{-2i\varphi}) \sin \Theta d\Theta d\varphi \\ &= -\frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{3}{8\pi} \right) \cdot 2\pi \int_0^{\pi} \sin^2 \Theta \underbrace{\sin \Theta d\Theta}_{-d\cos \Theta} \left[\begin{array}{l} x = \cos \Theta \\ \sin^2 x = 1 - x^2 \\ \Theta = \pi \rightarrow x = -1 \\ \Theta = 0 \rightarrow x = 1 \end{array} \right] \\ &= + \frac{3}{8} \varepsilon \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx \\ &= -\frac{3}{8} \varepsilon \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = -\frac{3}{8} \varepsilon \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 \\ &= -\frac{\varepsilon}{2} \end{aligned}$$

$$\langle -1 | \hat{H}' | 1 \rangle = \langle 1 | \hat{H}' | -1 \rangle^* = -\frac{\varepsilon}{2}$$

Vi ser att endast $Y_{1,\pm 1}$ blandas i 1:a ordningens
 störningsteori. $Y_{1,0}$ förblir alltså ett egen-
 tillstånd med oförändrad energi (t.o.m. $O(\varepsilon)$).

För $Y_{1,\pm 1}$ får sekulärekvationen

$$0 = \begin{vmatrix} -\lambda & -\varepsilon/2 \\ -\varepsilon/2 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - (\varepsilon/2)^2$$

$$\lambda = \pm \varepsilon/2$$

Egenvektorer:

$$\lambda = +\varepsilon/2: \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(Y_{1,1} - Y_{1,-1})$$

$$\lambda = -\varepsilon/2: \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(Y_{1,1} + Y_{1,-1})$$

Svar: De stationära tillstånderna i kvadr.
störningsteori är:

$$Y_{10} \text{ med energi } E_0 = \frac{2t^2}{\omega a^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(Y_{1,1} - Y_{1,-1}) \text{ - - } E_- = \frac{2t^2}{\omega a^2} + \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(Y_{1,1} + Y_{1,-1}) \text{ - - } E_+ = \frac{2t^2}{\omega a^2} - \frac{\varepsilon}{2}$$

S 2a) första termen, volymstermen. Bygger på antagandet att den starka växelverkan har kort räckvidd så att en nukleon endast växelverkar med sina närmsta grannar, vars antal är oberoende av kärnans storlek, dvs bindningsenergin prop mot A

Andra termen, yttermen. Bindningsenergin minskar pga av att de nukleoner som befinner sig vid kärnans yta växelverkar med färre grannar. Antalet sådan nukleoner är prop mot kärnytans area, dvs prop mot R^2 , dvs mot $A^{2/3}$ ($R=R_0 A^{1/3}$ approximativt).

Tredje termen, Coulombtermen, beror på coulombväxelverkan mellan kärnans protoner. Ett homogent laddat klot med radie R och laddning Ze har den potentiella energin $3e^2 Z^2 / (4\pi\epsilon_0 R)$ dvs prop mot $Z^2 / A^{1/3}$.

Fjärde termen är ett resultat av att nukleoner är fermioner och lyder under Pauliprincipen, dvs den totala kinetiska energin ökar ju fler nukleoner av ett slag det finns i kärnan.

2b)

I β^- -sönderfall (till ^{164}Er) skrivs Q-värdet:

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= (m_N(^{164}\text{Ho}) - m_N(^{164}\text{Er}) - m_e)c^2 = (\text{beräknas med semiempiriska massformeln}) = \\ &= (67m_p + 97m_n - B(164,67)/c^2 - (68m_p + 96m_n - B(164,68)/c^2 + m_e))c^2 = \\ &= (m_n - m_p - m_e)c^2 + \{(a_C/164^{1/3})(67^2 - 68^2) + (a_{\text{SYM}}/164)(30^2 - 28^2) + (a_P 164^{-3/4})(1 - (-1))\}c^2 = \\ &= 0,7823 \text{ MeV} + 0,0007626 \text{ u} \times 931,5 \text{ MeV/u} \times (-135)/5,47 + 0,02544 \text{ u} \times 931,5 \text{ MeV/u} \times 116/164 + \\ &= 0,036 \text{ u} \times 931,5 \text{ MeV/u} \times 2 \times 0,022 = \\ &= 1,49 \text{ MeV} \end{aligned}$$

I β^+ -sönderfall (till ^{164}Dy) skrivs Q-värdet:

$$\begin{aligned} Q_{\beta^+} &= (m_N(^{164}\text{Ho}) - m_N(^{164}\text{Dy}) - m_e)c^2 = (\text{beräknas med semiempiriska massformeln}) = (67m_p + 97m_n - \\ &= B(164,67)/c^2 - (66m_p + 98m_n - B(164,66)/c^2 + m_e))c^2 = \\ &= (m_p - m_n - m_e)c^2 + \{(a_C/164^{1/3})(67^2 - 66^2) + (a_{\text{SYM}}/164)(30^2 - 32^2) + (a_P 164^{-3/4})(1 - (-1))\}c^2 = \\ &= (-1,293 - 0,511) \text{ MeV} + \\ &= 0,0007626 \text{ u} \times 931,5 \text{ MeV/u} \times (133)/5,47 + 0,02544 \text{ u} \times 931,5 \text{ MeV/u} \times (-124)/164 + \\ &= 0,036 \text{ u} \times 931,5 \text{ MeV/u} \times 2 \times 0,022 = \\ &= -0,99 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

För elektroninfångning (till ^{164}Dy) är Q-värdet:

$$Q_{\text{EC}} = (m_e + m_N(^{164}\text{Ho}) - m_N(^{164}\text{Dy}))c^2 = Q_{\beta^+} + 2m_e c^2 = -0,99 + 1,02 \text{ MeV} = 0,03 \text{ MeV}$$

Villkor för sönderfall är att Q-värdet är större än 0, dvs ^{164}Ho sönderfaller med β^- -sönderfall eller med elektroninfångning.

Anmärkning: Om de experimentellt uppmätta bindningsenergierna används blir Q-värdet större än noll för alla tre sönderfallssätten. För β^+ är Q-värdet endast +0,007 MeV och detta sönderfall observeras inte.

Lösningsskiss:

S 1a) $\tau_{1/2}$ är den tidpunkt vid vilken antalet radioaktiva kärnor minskat till hälften, dvs $N(\tau_{1/2}) = 0,5N(0) \Rightarrow \exp(-\lambda\tau_{1/2}) = 0,5 \Leftrightarrow \lambda\tau_{1/2} = \ln(2)$ eller $\tau_{1/2} = \ln(2)/\lambda$

1b) Aktiviteten $A = |dN/dt| = \lambda N$, $N = 150\text{g} \times 0,000117 \times 6 \times 10^{23} / 40\text{g}$ och $\lambda = \ln 2 / 1,28 \times 10^9$ år
insatt ger $A \approx 4,5 \times 10^3$ Bq.

1c) Om vi antar att kvoten mellan mängden av de två isotoperna var $k(0)$ då de bildades (antagligen i samband med en supernovaexplosion) blir förhållandet mellan antalet kärnor av de två slagen tiden t efter skapandet:

$k(t) = N_{235}(t)/N_{238}(t) = k(0)\exp(-\lambda_{235}t)/\exp(-\lambda_{238}t)$ dvs
 $t(\lambda_{238} - \lambda_{235}) = \ln(k(t)/k(0))$.

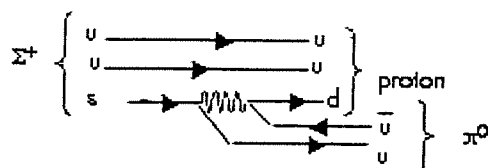
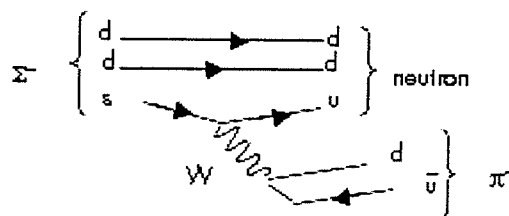
Med kännedom om $k(0)$ kan tiden som gått sedan skapandet bestämmas ur förhållandet nu. Om vi för enkelhets skull antar att $k(0) = 1$ beräknar vi tiden sedan skapandet till
 $t = \ln(7,3 \times 10^{-3}) / (\ln 2 (1/4,47 \times 10^9 \text{år} - 1/0,704 \times 10^9 \text{år})) = 5,9 \times 10^9$ år.

S-3 De tre sigma-hyperonerna Σ^- , Σ^0 och Σ^+ utgör en iso-spinn triplett med sär-kvanttal = -1. Σ^0 sönderfaller elektromagnetiskt $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda \gamma$ följt av $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ eller $\Lambda \rightarrow n\pi^0$. 50%

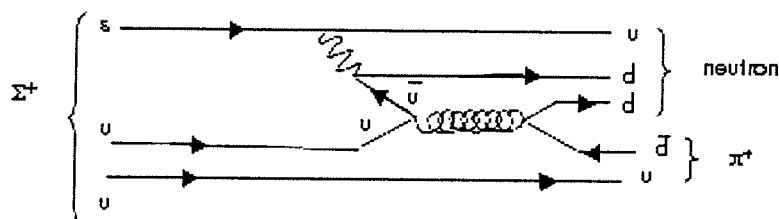
De två laddade sigma-hyperonerna sönderfaller svagt. Ange ett sådant sönderfall för var och en av dem och rita Feynmandiagrammen för dessa sönderfall.

Förslag till lösning:

Den vanligaste sönderfallen är: $\Sigma^- \rightarrow \text{neutron } \pi^-$ $\Sigma^+ \rightarrow \text{neutron } \pi^+$
 $\Sigma^+ \rightarrow \text{proton } \pi^0$



eller



Andra sönderfall förekommer.

S-4 Figuren nedan visar R: kvoten mellan tvärsnittet för produktionen av hadroner och tvärsnittet för produktion av myoner i kollisioner mellan elektroner och positroner, som en funktion av $\sqrt{s}$, tyngdpunktsenergin för kollisionerna.

Beskriv vilken information vi kan utvinna ur figuren: vilket fenomen förklarar de "toppar" vi kan se i fördelningen, vad är signifikansen hos de mellanliggande "plataerna" och de stegvisa förändringarna hos värdet på R mellan dessa plataer? Vilken information kan vi erhålla

ur det absoluta värdet av R vid dessa plattåer?

Förslag till lösning:

- Topparna är s.k. "resonansproduktion", där tyngdpunktsenergin för elektron-positronkollisionen exakt svarar mot massan hos en meson som består av ett kvar-antikvarckpar, som t.ex. ω eller J/Ψ .
- Läget för topparna säger oss därför något om kvarkarnas massa. För att bilda en J/Ψ som består av en charm- och en anticharmkvark krävs tillräckligt med energi för att skapa dessa kvarkar. Charmkvarkens massa är därför ungefär lika stor som halva tyngdpunktsenergin vid J/Ψ toppen.
- Vid plattåerna mellan topparna bildas kvar-antikvarckpar som sedan hadroniserar till två eller fler mesoner (eller i undantagsfall, vid höga energier, baryoner).
- Plattåernas absoluta höjd kan beräknas ur teorin. I denna beräkning ingår dels antalet färger, dels summan av kvadraten på den elektriska laddningen hos de kvarkar som är lätta nog att produceras vid en given energi. Att den absoluta höjden av plattåerna ligger på den förutsagda nivån är en mycket stark indikation både på att antalet färger är tre, och att vi har en korrekt bestämning av kvarkarnas elektriska laddning.
Det faktum att plattåerna succesivt ligger på en högre absolut visar alltså att nya typer (smaker) av kvarkar kommer att produceras och att det därför blir mer och mer sannolikt att producera hadroner relativt myoner.
- Vidden (bredden) av resonanstopparna har ett samband med livstiden hos den meson som produceras, ju bredare resonans desto kortare livstid.

För full poäng krävs att huvuddelen av resonemangen i de fyra första punkterna finns med.