Lite fördjupning: facit på `www2.kau.se/tp/outreach`

Övning 1: Svarta hålet i Vintergatans centrum

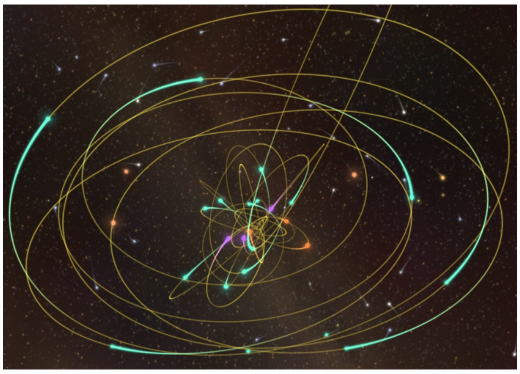
Formeln för ett svart håls radie är

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

som Karl Schwarzschild ("Svartsköld"), löjtnant i i artilleriet i tyska armén, härledde från Einsteins ekvationer – under första världskriget när Schwarzschild låg vid ryska fronten.
(I ett brev 22/12 1915 skickade han uträkningen till Einstein med kommentaren *"Som du ser behandlade kriget mig vänligt nog, trots tung kanonbeskjutning kunde jag komma bort från allt och ta den här promenaden i din värld av idéer."* Det är också talande historiskt att Schwarzschild liksom Einstein var judisk fysiker och officerare i tyska armén – i 1:a världskriget, alltså. Det är intressant att fördjupa sig i historien kring forskarna som personer: Einsteins egen historia och hans roll i världspolitiken beskrivs i Isaacsons fantastiska biografi "Einstein: His Life and Universe" (2007). Men nu återgår vi till ekvationerna.)

Det är alltid säkrast att räkna med SI-enheter (meter, joule, osv.) som man lär sig på gymnasiet. Men eftersom siffrorna i astronomi blir, tja, astronomiska, så är det oftast mer praktiskt att använda andra typer av enheter. En bra sådan är solens massa $M_\odot \approx 2 \cdot 10^{30}$ kg ($\odot$ är sedan Renässansen den astronomiska symbolen för vår sol) som enhet för massa, vi uttrycker alltså andra massor som $M = yM_\odot$ för något tal y. Som längdenhet kan vi ta *Astronomiska enheten AU* (för Astronomical Unit), avståndet mellan jorden och solen: $1\,AU = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m, som är 8 ljusminuter, det tar alltså ungefär 8 minuter för ljus att komma från solen till oss. Vi kan då uttrycka alla avstånd som $r = xAU$, för någon siffra x. Uttryckt i ljusår är 1 AU följaktligen 15 miljondels ljusår, som visar sig vara praktiskt att veta i övningen här. [1]

Det du skall räkna ut är hur forskare vet att *Sgr A**, objektet i Vintergatans centrum som stjärnorna kretsar om i bilden här bredvid, är ett svart hål. Bilden visar banor hos stjärnorna kring Sgr A*. Från banorna kan man räkna ut att Sgr A* är 4 miljoner gånger tyngre än solen, men vet man skalan på det här kortet (som är en sammansättning av kort från 1995 till 2012) kan man se att objektet som alla stjärnorna kretsar kring är högst 40 gånger större i diameter än solens diameter, vilket blir ungefär ute vid Merkurius bana, som är ungefär 0,3 AU. (Snabb testfråga: förstår du varför värdet för Merkurius måste vara mindre än 1 AU?)



(Bild från NSCA, UCLA/Keck)
`http://www.galacticcenter.astro.ucla.edu/animations.html`

Här är en rolig formel, relaterad till Keplers lag, som i sin tur följer från Newtons lagar:

$$M_\odot = \frac{4\pi^2 \cdot (1AU)^3}{G \cdot (1\,\text{år})^2}$$

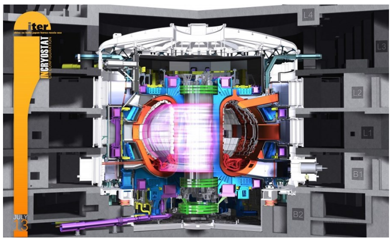
Så nu har du två alternativ för att räkna ut vad svarthålsradien r_s är för Sgr A*, om du vet massan: a. slå upp värde på Newtons gravitationskonstant G och ljusets hastighet c med mobilen eller försök komma ihåg. Eller, b. räkna med Keplerformeln, astronomisk enhet AU och ljusår.

(Jag skrev ovan att vi utifrån sådana här argument "vet" att det är ett svart hål. Jag diskuterar i facit vad "vet" betyder här, tänk igenom det utifrån den vetenskapliga metoden: hypotes (idé), empiri (test med experiment och observationer), falsifiering (kasta bort idéer som verkar fel), justera hypotes, osv. Som exempel: "vet" du att solen kommer att gå upp imorgon? Är det rimligt för dig att göra reservplaner utifall att den inte skulle det?)

[1] Om du är intresserad av detaljerna för det som står bredvid bilden: de bästa observationerna som bilder bygger på är tagna vid våglängd 1,3 mm. Den allra innersta banan längst in i gyttret av stjärnor på bilden är den översta gränsen för diametern hos Sgr A*, och astronomen ser då i teleskopet att diametern som högst är en vinkeldiameter på 37 mikrobågsekunder, där en bågsekund är 1/3600 av en grad. Objektet är 26 000 ljusår bort, så med lite gymnasie-trigonometri blir diametern för Sgr A* högst futtiga 44 miljoner kilometer. Merkurius banradie är 46 miljoner kilometer.

Övning 2: Fusionsenergi

Bilderna visar ITER, det europeiska fusionsreaktorexperimentet i Cadarache i syd-Frankrike.



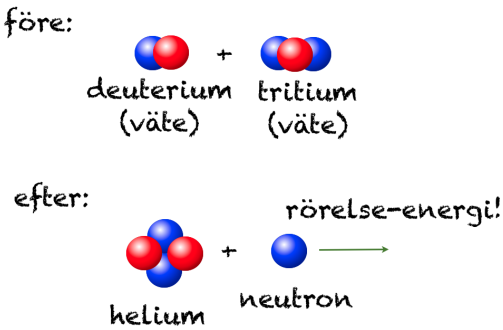
(Bild från ITER)
http://www.iter.org

(Bild från ITER)
http://www.iter.org

När du har tid senare, läs gärna först om hur fysiker förstod hur solen lyser:
http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/themes/physics/fusion/
Ett nyckelframsteg gjordes av den tyske teoretiske fysikern Hans Bethe (nobelpriset i fysik 1967, uttalas "bete"), i forskningsartikeln "Energy Production in Stars", som han skrev 1939.

(Vad han gjorde efter 1939 hade mycket stort inflytande på världshistorien, inte på något särskilt trevligt sätt skulle många säga, fast en del historiker skriver att alternativet hade varit ännu sämre. Ledtråd vad det var: när jag satt och jobbade på Bethes kontor i New York strax efter hans död stod kassaskåpet kvar där han varje vecka lämnade hemligstämplade dokument för upplockning. Titta gärna på Bethes egen beskrivning av sitt liv: https://www.webofstories.com/play/hans.bethe/1 Vi har en student från fysikprogrammet i Karlstad som nu läser på forskningscentrat i München där Bethe studerade, som han beskriver i de här intervjuerna.)

Bränslet i fusionsreaktorn ITER är 0,5 g väte i olika former, som finns i vatten H_2O. Reaktionen är:



Övning 2a. Kolla först att antalet protoner och neutroner före/efter stämmer! (Vilka är röda, vilka är blå?) Sedan, om du börjar med 0,5 g totalt av deuterim+tritium, hur många gånger kan du köra den reaktionen innan du får slut på bränsle och allt har blivit helium eller neutroner som fångats upp?

Övning 2b. Hur mycket energi per reaktion enligt Einsteins formel: $E = mc^2$? Slå upp vikten på deuterium, tritium, helium och neutronen (ges i u = "atomic mass unit") och ta skillnaden före/efter. Här får du svaret, men kolla som sagt vikterna:

$$m_{\text{extra}} = 3{,}016 \text{ u} + 2{,}014 \text{ u} - 4{,}003 \text{ u} - 1{,}009 \text{ u} = 0,018 \text{ u}$$

Nu finns det en klurig formel att 1 u = 931 MeV/c^2, så extraenergin ut från reaktionen är

$$E_{\text{extra}} = (0,018 \text{ u}) \cdot c^2 = 0,018 \cdot 931 \text{ MeV} = 17 \text{ MeV}$$

Kolla att du är med på det, och räkna ut hur många joule (J) det är.

Övning 2c. Nu skall du sätta ihop ovanstående: hur många joule produceras om man kör slut på 0,5 g på 1000 sekunder (ca en kvart), och vad är effekten i watt under den tiden? Jämför sedan den effekten med olika typer av energikällor: vanlig (fissions-)kärnkraft, vindkraftverk, solenergi. Fundera också: vad var det egentligen som var bättre med fusion än ett vanligt (fissions-)kärnkraftverk?

Lycka till! / Marcus